

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN  
TE AMSTERDAM

---

PROCEEDINGS  
VOLUME XXXIV

No. 8

President: J. VAN DER HOEVE.

Secretary: B. BROUWER

---

CONTENTS

J. C. SCHOUTE: "On the Contort Corolla". p. 1077.  
C. U. ARIËNS KAPPERS: "Contributions to the Anthropology of the Near-East. IV. Turks and Greeks". p. 1085.  
L. S. ORNSTEIN und T. KOOPMANS: "Materialtransport im Lichtbogen". p. 1099.  
L. RUTTEN: "On rocks from the Venezuelan islands between Bonaire and Trinidad and on some rocks from Northwestern Venezuela". p. 1101.  
W. A. MIJSBERG: "On sexual differences in the teeth of the Javanese". p. 1111.  
G. SCHAAKE: "Abbildung der ungeordneten Punktepaare einer Ebene auf die Punkte eines vierdimensionalen Raumes". (Communicated by Prof. JAN DE VRIES), p. 1116.  
H. FREUDENTHAL: „Zur "Galoischen" Theorie der linearen Differentialgleichungen". I. Mitteilung. (Communicated by Prof. L. E. J. BROUWER). p. 1124.  
J. POPKEN: "Über die ordinäre Nullstellenverteilung eines Produktes von WEIERSTRASS'schen  $\sigma$ -Funktionen. (Communicated by Prof. J. G. VAN DER CORPUT). p. 1126.  
A. SMITS und E. BELJAARS: "Die Komplexität des Arsentrioxys". I. (Communicated by Prof. J. D. VAN DER WAALS Jr.). p. 1141.  
FR. J. WARNER: "The cellmasses in the telencephalon and diencephalon of the Rattle snake, *Crotalus atrox*". (Communicated by Prof. C. U. ARIËNS KAPPERS). (With three plates). p. 1156.  
M. J. SIRKS: "Plasmatic influences upon the inheritance in *Vicia Faba*. II. Different plasmatic reactions upon identical genotypes". (Communicated by Prof. J. C. SCHOUTE). p. 1164.  
TH. WEEVERS und J. WESTENBERG: "Versuche zur Prüfung der Münchschens Theorie der Stoffbewegungen in der Pflanze". (Communicated by Prof. J. C. SCHOUTE). (With two plates) p. 1173.  
N. J. STEKELENBURG: "Zur physiologischen Bedeutung der Blausäureglukoside im Pflanzestoffwechsel". (Communicated by Prof. J. C. SCHOUTE). p. 1179.

A. N. J. HEYN und J. VAN OVERBEEK: "Weiteres Versuchsmaterial zur plastischen und elastischen Dehnbarkeit der Zellmembran". (Communicated by Prof. F. A. F. C. WENT). (With one plate). p. 1190.

A. BIEMOND: "Die Projektion der Brücke auf das Kleinhirn". (Communicated by Prof. B. BROUWER). (With three plates), p. 1196.

W. R. VAN WIJK: "Optische Untersuchung des Zusammenstosses von Gasmolekülen mit einer festen Wand". (Communicated by Prof. L. S. ORNSTEIN). p. 1201.

J. A. VAN DIJK, R. T. A. MEES und H. I. WATERMAN: "Der Einfluss der Härtung auf die natürlichen Nebenbestandteile der Öle". (Communicated by Prof. J. BÖSEKEN). p. 1206.

N. H. SWELLENGREBEL and A. DE BUCK: "Prophylactic use of plasmoquine in a dosage warranting reasonable safety for routine treatment". (Communicated by Prof. W. A. SCHÜFFNER). (With one table). p. 1216.

**Botany.** — *On the Contort Corolla.* By J. C. SCHOUTE. (Preliminary communication, from a more extensive paper on the aestivation of the corolla).

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

The contort aestivation of the corolla has until the present time received only scanty attention from botanists.

Since a short period of careful observation and accurate description by A. BRAUN<sup>1)</sup> and H. WYDLER<sup>2)</sup> hardly anything has followed and very few botanists have ever pondered about the contort aestivation as a curious and unexplained phenomenon, worthy of a special investigation.

In 1886 SCHUMANN published a paper on the mechanical causes of the corollar aestivation<sup>3)</sup>; his idea about the contort aestivation is that it is caused by a rhythmic growth distribution in the floral receptacle. It is clear however that a rhythmic growth distribution in the receptacle or elsewhere, even if it had been actually observed, can never be the explanation of the contort condition. Growth processes in developing members are naturally always such as to bring about the adult condition; this needs no special investigation to be stated but is a logical postulate. A real explanation of the contort condition should make us understand why the distribution of growth is as it is.

The only other paper touching our problem, is as far as I know that of REINSCH of 1926<sup>4)</sup>. His conclusion about contort aestivation is that it is the outcome of the general symmetry of the flower, a conclusion that certainly does not bring us much nearer to a real understanding. REINSCH further follows the same line as SCHUMANN in so far as he derives the resulting aestivations from the distribution of active growth.

It is very remarkable that neither SCHUMANN nor REINSCH make any mention of the important fact, that there are two different kinds of contort

<sup>1)</sup> A. BRAUN, Ueber die gesetzlichen Drehungen im Pflanzenreiche, besonders diejenigen, welche an Blüthen und Früchten vorkommen. Flora **22**, 1839, p. 311, report of meeting of Deutsche Naturforscher u. Aerzte in Freiburg i. B. 25 Sept. 1838. — A. BRAUN, Beitrag zur Feststellung natürlicher Gattungen unter den Sileneen. Flora **26**, 1843, p. 349.

<sup>2)</sup> H. WYDLER, Die Knospenlage der Blätter in übersichtlicher Zusammenstellung. Mitth. d. Berner naturforschenden Gesellschaft 1850 and Flora **34**, 1851, p. 113.

<sup>3)</sup> K. SCHUMANN, Die Aestivation der Blüthen und ihre mechanische Ursachen. Berichte d. D. Bot. Ges. **4**, 1886, p. 53.

<sup>4)</sup> J. REINSCH, Ueber die Entstehung der Aestivationsformen von Kelch und Blumenkrone dikotyler Pflanzen und über die Beziehungen der Deckungsweisen zur Gesamtsymmetrie der Blüte. Flora **121**, 1926, p. 77.

aestivation. Evidently their interest is wholly taken up by the developmental details, so that they have no eye left for more general facts.

Yet the nearly century old distinction of A. BRAUN between independent or constant convolution, which keeps the same direction in all flowers of a given species, and dependent or alternating convolution, which changes with the calyx spiral, is a natural and important one, and no explanation of convolution will ever be complete unless these remarkable facts are fully considered.

With the existence of two kinds of convolution these general facts are by no means exhausted. We may cite in the first place the constant relation between the calyx spiral and the direction of the dependent convolution. We always see namely that the petal before sepal 1 and 3 has its outward-turned margin before 1, its inward-turned one before 3. This relation was observed by BRAUN in his first mentioned paper, and confirmed in his later one and in that of WYDLER; but it seems never to have been made mention of in later years. In EICHLERS Blüthendiagramme we find indicated for all families with contort corolla dealt with, what the relation is; but not only do we miss the remark that it always turns out to be the same, but even in one case, that of *Statice*<sup>1)</sup> he states the reserve condition, the petal between sep. 1 and 3 having its outer margin before 3, without a single remark as to the peculiarity of the case.

A further noteworthy fact is that both kinds of contort corolla may occur in zygomorphic flowers. *Hemigraphis colorata* e.g. has a clearly bilabiate corolla with constantly left-hand<sup>2)</sup> contort aestivation; according to WYDLER and EICHLER<sup>3)</sup> the same holds good for many other Acanthaceae. Amongst the alternating contort corollas a striking case of zygomorphy is afforded by the *Trigoniaceae*.<sup>4)</sup>

This fact is distinctly unfavourable to the idea of REINSCH that the aestivation depends on the general symmetry of the flower: in this respect it is remarkable that REINSCH denies the existance of zygomorphic contort corollas.<sup>5)</sup>

A last group of facts worth mentioning is that the petals of contort corollas are often oblique, and in such cases the overlapping margins always seem to be the narrow halves, the inner halves being broader. This asymmetry, which has been described by WYDLER, SCHUMANN and CHURCH<sup>6)</sup>, occurs just as well in constantly contort as in alternatingly

<sup>1)</sup> EICHLER, Blüthendiagramme, Leipzig 1875-'78 I, p. 329.

<sup>2)</sup> Left-hand taken in the sense of EICHLER; the left margin of the petal, as seen from the outside of the flower, overlaps the neighbouring petal.

<sup>3)</sup> WYDLER l.c. p. 124; EICHLER I p. 218.

<sup>4)</sup> EICHLER II p. 343.

<sup>5)</sup> l.c. p. 113.

<sup>6)</sup> WYDLER, Kleinere Beiträge zur Kenntniss einheimischer Gewächse, Flora 42, 1859, p. 359, SCHUMANN l.c. p. 65, A. H. CHURCH, Types of floral mechanism, I, Oxford 1908, p. 193.

contort corollas. What SCHUMANN writes, viz. that contort corollas always have oblique petals, is however, not true. In many cases the petals are quite symmetrical. REINSCH gives some instances<sup>1)</sup> and I myself observed some others, in both kinds of contort corollas. We may even in one genus have two species, one with oblique, the other with symmetrical petals. Instances of oblique petals are *Vinca maior* and *Tabernaemontana coronaria* with constant, *Linum austriacum*, *Oxalis floribunda*, *O. Ortgiesii* and *Plumbago Capensis* with alternating convolution; symmetrical petals are to be found in *Phlox paniculata* and *Armeria maritima* with constant, *Linum usitatissimum*, *L. flavum*, *Gypsophila paniculata*, *Geranium sanguineum* and *Plumbago Larpentae* with alternating convolution.

My own researches on the contort corolla have so far chiefly dealt with alternating convolution, of which I had more material at hand.

About constant convolution I can add one observation only to our knowledge, viz. that in *Tabernaemontana coronaria* fl. pl. the supernumerary inner petals have just the same left-hand contort aestivation as the outer ones.

As constant convolution is not influenced by the varying calyx spiral, the cause of the convolution must lie in the corolla itself; it was this what BRAUN expressed in his term independent convolution. Evidently the petals themselves are inclined to a certain skewness, which may express itself in different sizes of the two halves, but which may just as easily only cause a different direction of the two margins, in otherwise symmetrical petals, one side being directed outward in the bud, the other side inward. We may compare this — though such a comparison gives no explanation whatever — with the righthandedness of man.

I will call this independent convolution in future autotropic, and the dependent form heterotropic convolution.

About heterotropic contort corollas I have made some more observations; before dealing with them however, I will give, as a starting point, the conclusions as to the origin of the heterotropic convolution I was brought to during my work.

Several of the best morphologists of the past firmly believed<sup>2)</sup> that all floral whorls are false, an opinion that has been abandoned in later years, chiefly because the developmental observations did not seem to support it. Now it has often been remarked that observations only show us rather late and advanced stages. If the old opinion still held good, we might

<sup>1)</sup> l. c. p. 113.

<sup>2)</sup> VON MARTIUS, Ueber die Architektonik der Blumen, Isis 1829, p. 335; C. SCHIMPER, Beschreibung des *Sympytum Zeyheri*, Geigers Magazin für Pharmacie 1829, p. 83 and 84 of the offprint; A. BRAUN, Vergl. Unters. ü. d. Ordnung der Schuppen an den Tannenzapfen etc., Nova Acta A. C. L. C. N. C. 15, I. 1831, p. 196; H. WYDLER l. c. 1851, p. 122, 124.

number the petals of a pentamerous corolla as 6—10, as has been done in fig. 1.

Comparison with fig. 2, a case which we have in some flowers e.g. several *Ternstroemiaceae*, shows that the difference between a eutopic corolla and a heterotrophic contort corolla consists in a different overlapping at three edges, indicated in fig. 2 by asterisks. If the contort corolla is

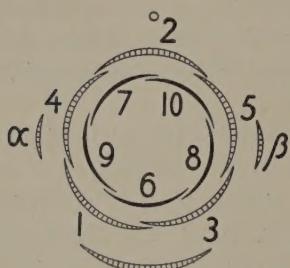


Fig. 1. Diagram of pentamerous flower with heterotrophic contort corolla.

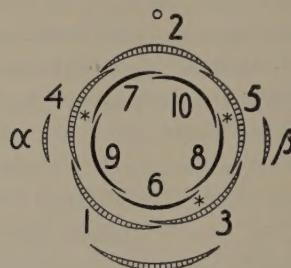


Fig. 2. Diagram of pentamerous flower with eutopic corolla.

originally spiral, at these three points the aestivation must arise the other way as it would have done in a eutopic case. We see at once that a more simple way of getting a similar result would have been a change at the two other edges: this would give what EICHLER mentions for *Statice*, the reverse relation between calyx spiral and convolution.

Now the supposition of a spiral origin of the apparently whorled corolla gives an easy clue as to the predominance of the common relation.

Amongst the petals 6 must be the eldest one. Supposing that it has a tendency to the same skewness as in the autotropic corolla, only not yet determined as to the right or left direction, we can easily see that it will find beneath it a skew base, a skew boundary to which it may join itself in its expansion process. The influence of this preexisting boundary may cause the young petal to choose between right and left. In the same way 7 may get a similar impulse from 2 and 4, and 8 from 3 and 5. This threefold stimulus may do for 9 and 10 too, which are taken along by 6, 7 and 8. If not, the corolla does not become contort at all.

This view granted for a while, the case of *Statice* becomes the more interesting. The evidence EICHLER brings consists in the words "wechselwendig nach dem langen Wege der Kelchspirale", which means in his terminology the reverse convolution of our fig. 1; and a diagram 168 A, both on p. 329 vol. I. The diagram is in accordance with the words; literature is not cited.

Long before EICHLER, in 1856 WYDLER<sup>1)</sup> described *Statice* in the same

<sup>1)</sup> H. WYDLER, Morphologische Notizen, Flora 39, 1856, p. 39.

respect: with nearly the same term "nach dem langen Weg der vorausgehenden Blattspirale". In WYDLER's words this however means the reverse of what it does in EICHLER's. Perhaps EICHLER has used this passus of WYDLER but has only forgotten to transcribe it into his usual notation; his diagram however does not support this supposition.

But even if EICHLER based his statement on his own direct observations, there is a probability that he was wrong on this occasion; a quite unusual situation indeed. Many years earlier, in 1837 the BRAVAIS brothers gave a description<sup>1)</sup> of the special inflorescence of *Statice*, based on extensive observations on 18 different species. They mention the remarkable fact that whereas the lower sterile bract in every member of the "cime unipare" is always well developed, the higher fertile bract aborts in many species; a relation which is probable unique. This result, which, according to my own observations on *Statice Limonium* seems to be right, has been overlooked by EICHLER. And as the calyx spiral on account of the open aestivation has to be derived from the prophyll positions, this may easily have spoiled EICHLER's results.

After all, there may still remain some doubt, as the special inflorescence of *Statice* and *Armeria* has never been fully understood until now. But in any case the exception of *Statice* to the general rule of heterotrophic convolution becomes very doubtful now, and the probability that *Statice* is no exception at all, is heightened still further by the fact that in the same family we have the genus *Plumbago* with heterotrophic contort corolla and without any doubt the normal relation. WYDLER noted this (1856, l.c.) in two species, *Pl. Larpentae* and *Capensis*, not only from the position of the two prophylls, but also in terminal flowers from the preceding phyllotaxis of the bracts; I myself was able to confirm this in many flowers for both the same species.

We may therefore take it as very probable that the relation between calyx spiral and corolla convolution is always as BRAUN indicated, and that the reverse condition does not occur as a normal phenomenon in nature. We even find the normal relation in a flower that is not contort throughout, but only at the anterior side of the corolla, viz. that of *Tropaeolum maius*.

The corolla of this plant is commonly described as on the whole descendent, but with the difference that the median anterior petal is only half covered. CHATIN<sup>2)</sup> and ROHRBACH<sup>3)</sup> point to the fact that this last form of aestivation is identical with the contort one in four of the five edges; CHATIN calls it therefore subconvolutif, and ROHRBACH expressly states — what follows from CHATIN'S figures too — that it is "nach dem langen Weg", i.e. in this case the normal relation of BRAUN again.

<sup>1)</sup> In their paper: *Essai sur la disposition symétrique des inflorescences*, Ann. d. sc. natur. Sec. Sér. Bot. T. 7, 1837, on p. 312.

<sup>2)</sup> A. CHATIN, *Mémoire sur la famille des Tropéolées*, Ann. d. Sc. nat.; 4e Sér. Bot. T. 5, 1856, p. 283.

<sup>3)</sup> P. ROHRBACH, *Ueber den Blüthenbau von Tropaeolum*, Bot. Zg. 27, 1869, col. 833

EICHLER, who describes the aestivation as descendent<sup>1)</sup>, gives a diagram with the reverse relation, petal 9 overlapping 6. This is however not what we find in the flowers; in accordance with CHATIN and ROHRBACH I found

the condition of our fig. 3, without a single exception, in 25 flowers. We might describe this aestivation as descending in the posterior half and heterotropic contort in the anterior half.

The petal numbering in our diagram is still born out by two further circumstances. The first is the observation of ROHRBACH<sup>2)</sup>, that the dimensions of the petal primordia in the young flower point to a  $\frac{2}{5}$  spiral origin, in the order of our numbering.

The second is that the petal spiral may be pursued in that of the stamens. The curious order in which the stamen primordia become visible, an order in which they shed their pollen too, has often puzzled

Fig. 3. Diagram of flower of *Tropaeolum majus*.

botanists. It was however not accounted for till 1904, when CHURCH<sup>3)</sup> explained it as a normal Fibonacci spiral order, modified by unequal growth at the anterior and posterior side of the zygomorphic flower. The anterior stamens 11 and 14 are retarded, so that 11 is preceded by 12 and 13; the posterior stamens are somewhat accelerated so that 15 gets ahead of 14. Otherwise the order is not changed.

This normal spiral of CHURCH is the natural continuation of the petal spiral, as shown in our diagram.

Of course the fact that the relation between calyx spiral and corolla convolution is probably always the same, does not yet prove that our views on the cause of this relation are right. I have therefore tried to check these views in the following way.

In many species the corolla is not always fully contort, but a certain percentage of the flowers have deviations, show more or less variable imbricate aestivation. This has been stated more than once in literature<sup>4)</sup> and in my material such cases were to be found in great abundance.

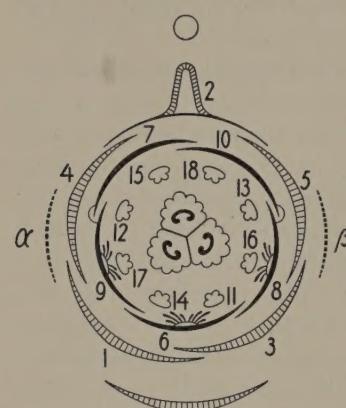
Now if the heterotropic convolution were merely the expression of the inner symmetry principle, we should expect these deviations, or faults as we may call them, to appear at random at the five edges of the corolla. If however the corolla is originally spiral, we may perhaps get more faults at the three edges, indicated by asterisks in our fig. 2. This must be the

<sup>1)</sup> EICHLER, II, p. 297.

<sup>2)</sup> I. c. col. 835, Tab. 12, fig. 7.

<sup>3)</sup> A. H. CHURCH, On the relation of phyllotaxis to mechanical laws, London 1904; on p. 284—289.

<sup>4)</sup> e. g. EICHLER II, p. 112 and p. 277.



case when at the moment the petal margins come into mutual contact, the original differences in age and height of insertion are still present. But as aestivation notoriously arises only late in the bud, the differences between the petals may have disappeared as well when aestivation sets in; in that case the faults will be distributed at random.

My observations showed me, that both possibilities are realised in nature; I will here give three instances.

*Plumbago Larpentae*. Of 109 flowers 80 were contort; 29 showed one or more faults. Owing to a lack of technique in the beginning, I was only able to number the petals according to their position in 14 flowers.

These flowers showed the following faults: 6/8 (i.e. petal 6 overlapping 8) three times; 7/9 five times, 8/10 twice, 9/6 three times, 10/7 five times. If there had been any traces left of the spiral origin, the first three categories should have been more frequent than the last two; this was not the case. If we call 6/8, 7/9 and 8/10 rational faults, and 9/6 and 10/7 irrational, there were 10 rational and 8 irrational, whereas distribution at random on a total of 18 faults would give averages of 10.8 and 7.2.

*Cistus polymorphus*. Of 100 flowers 7 were partly tetramerous or hexamerous; of the 93 pentamerous flowers 71 were contort, 22 aberrant with altogether 28 faults. Of these 23 were rational, 5 irrational; chance would give as averages 16.8 and 11.2. The irrational faults were therefore not yet half as numerous as might be expected.

*Geranium sanguineum*. Of 100 flowers 8 had some open edge in the corolla. Of the remaining 92 only 25 were contort, 67 aberrant with a total of 103 faults. Of these 92 were rational, 11 irrational; chance would give as averages 61.8 and 41.2.

We thus see that the influence of the original spiral in *Plumbago* was absent, in *Cistus* discernible, but not very strong, in *Geranium* on the other hand preponderant.

#### SUMMARY.

The contort condition of the corolla of many plants is no proof of the whorled origin of the petals, but is due to a tendency to skewness in the individual petals.

In autotropic contort corollas the tendency is predetermined as to the direction of the skewness.

In heterotropic contort corollas the tendency is not determined as to the direction; the stimulus which brings the decision between right and left is given by the position of the adjoining sepals.

The constant relation between calyx and direction of corolla convolution is due to the fact that the petals are not laid down simultaneously, but in spiral order, the first petals determining with their skewness the convolution of the whole corolla.

Irregularities of the contort aestivation may be due to original differences in age and height of insertion according to the spiral origin of the corolla, when namely the differences have not yet been swept away by the whorl formation processes at the time aestivation sets in; in other cases the differences are no longer felt at the critical moment and then the distribution of the irregularities is governed by chance.

---

**Anthropology. — Contributions to the Anthropology of the Near-East.**  
**VI. Turks and Greeks. By C. U. ARIËNS KAPPERS.**

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

Of all the nations in the Near-East the Turkish is the most difficult to analyze. The "Turki", from whom it derives its name, form only a small part of the population. They descend from the Osmanli, who preceded by Seljuk tribes, invaded Anatolia in the 13th century A. D. under Ertogrul and his son Othman<sup>1)</sup>. These Osmanli Turki are supposed to be closely related either to the Tatars or to the Kirghese Mongols<sup>2)</sup>.

What is the typical index of the Mongol elements among the Turks, and do they give an outstanding peak in the frequency curve of Turkish indices?

ELISIEFF<sup>3)</sup> found an average index of 84.40 with 131 Osmanli Turks from Anatolia, and CHANTRE<sup>4)</sup> found a similar one (84.33) with 120 Osmanli. As the term Osmanli, however, is used by several people whose ancestry is rather doubtful, I took an other way of inquiry in this matter. Considering as Mongol Turks only those of the 138 individuals I measured, who had an indication of an epicanthus<sup>5)</sup> (about 7 % of my dossier), I found their average measurements and indices to be as follows :

Group	length	width	height	l. w. i.	w. h. i.	l. h. i.
Epic. Turks	17.81	15.28	12.81	85.53	83.83	71.98

The length-width index of this group comes very near the average index figure of the Osmanly Turki as reported above, and it seems quite possible that the Mongol element among the Turks is related to some group of Mongols still living in Turkestan.

<sup>1)</sup> Hence the names Osmanli and Ottoman empire.

<sup>2)</sup> cf. KEANE. *Man past and present*. Cambridge University Press 1899 and PITTARD, *Race and history* p. 317. RIPLEY (*Peoples of Europe*, 1890, p. 415) supposes the Osmanli to be related to the Turkomans among whom, however, he also classifies the Kirghese. It seems to me that RIPLEY uses the expression Turkoman in too wide a sense (cf. my fifth contribution; these *Proceedings*, 1931, Vol. 34, p. 531).

<sup>3)</sup> ELISIEFF. *Journal de la Société des sciences naturelles de Moscow*, Tome 63 and 71. Quoted from CHANTRE, the original not being at my disposal.

<sup>4)</sup> CHANTRE. *Recherches anthropologiques dans l'Asie occidentale*. Arch. du Museum d'histoire naturelle de Lyon, Tome VI, 1895, p. 199.

<sup>5)</sup> I am fully aware of the fact that the epicanthus also occurs with Caucasian children but CHOUKE found it very rarely with adults. Cf. CHOUKE. The epicanthus in Caucasian children. *Journ. of physical Anthropol.* Vo. 13, 1929, p. 255.

If we now look at my frequency curve of 138 Turks, which I superposed on VON LUSCHANS curve of 796 Turks<sup>1</sup>), the index 84—85 does not stand

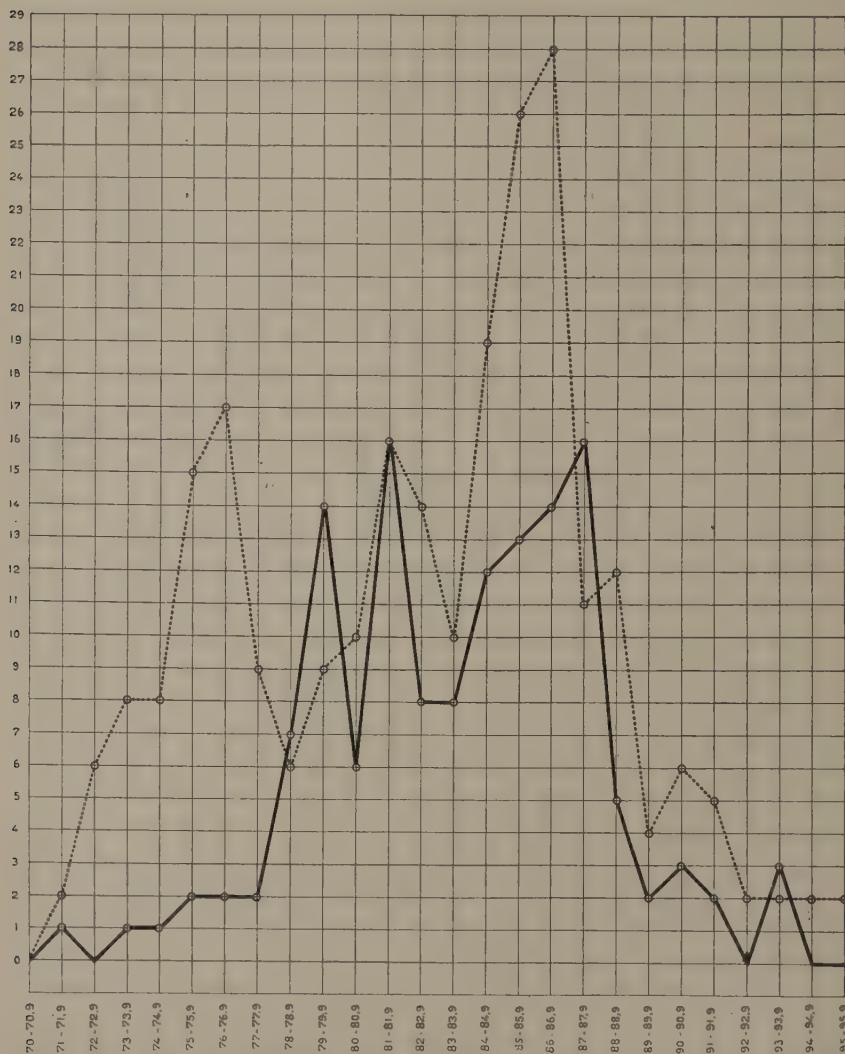


Fig. 1. The dotted curve gives the head indices of 796 Turks measured by VON LUSCHAN, the continuous curve the head indices of 138 Turks measured by the author.

out separately but continues in the 86—87 peak. Besides only part of the 84—85 indices are to be ascribed to Mongol elements, as this index also

<sup>1)</sup> VON LUSCHAN (*Völker, Rassen und Sprachen*, p. 147) reduced the size of his curve to one third of the original, in order to make it more easily comparable to the curve of his Asiatic Greeks to which I shall return later.

occurs with the Armenoid element in the population, an element that is certainly much more numerous among the Turks than the Mongol element, since long before the invasion of the Mongols, Anatolia was populated by the Armenians, and the high elevation between 84 and 87 in both VON LUSCHAN's and my curve is certainly more due to Armenoid influence, especially to the Armenoid group with an index of 86.0—87.0 (average 86.53;  $\pm 1.49$ ).

Apparently this index is by far the prevailing one in Turkey. Also CHANTRE (l.c. p. 246) found a prevailing 86—87 index with the Kizilbachi Turks, and VON LUSCHAN found an average index of 86.5 with the Bektachi Turks. Even with the Tachtadschy in the Lykian part of Anatolia he found<sup>1)</sup> an average of about 86 (85.95).

It is a pity that NOUREDDINE BEY and his collaborators<sup>2)</sup> in their account of 500 Turkish skulls do not give the exact amount of hyperbrachycephalics which must have been very numerous also among their material.

That the hyperbrachycephalics among the Turks are of Armenoid, probably of Hittite descent, would not be strange considering the fact that Armenia major together with Armenia minor covered a large part of Anatolia, while also both capitals of the Hittite empire, Boghaz Keui and Carchemisch, were located here and the relation between the Armenians and Hittites is very probable. Apart from historical arguments, however, there are direct indications proving that the highest peak among the Turks is of Armenoid origin. This results from the fact that the Turks giving the length width indices of this peak agree also in their average height and height indices with the real Armenians of my second contribution, as the following figures show:

Groups	length	width	height	l. w. i.	w. h. i.	l. h. i.
Hyperbr. Turks	18.17	15.68	13.31	86.35	84.88	73.75
Real Armen.	18.14	15.62	13.11	86.11	83.93	72.27

From this it appears that the average measurements and indices of this Turkish group coincide with the average measurements and indices of my real Armenians and that these Turkish Armenoids are even rather more

<sup>1)</sup> VON LUSCHAN. Die Tachtadschy und andere Überreste der alten Bevölkerung Lykiens. Arch. f. Anthropol. Bd. 19, 1891, p. 31.

<sup>2)</sup> NOUREDDINE BEY, NECHET OMER BEY, MOUCHET and SUREYA BEY. Craniologie des Turcs. Revue anthropologique 1928 p. 321. Instead of making a frequency curve these authors divided the l.w. indices they found in the following groups of BROCA: Up to 75 (5.4%); from 75.01, —77, 77 (8.4%); from 77, 77 to 80.00 (15%); from 80—83, 33 (18.2%); above 83.33 (53%). From the latter figure may be deduced that also their result shows a prevailing hyperbrachycephaly although the exact amount of hyperbrachycephalics (i.e. with a head index above 85) cannot be deduced from it.

than less hypsicephalic than the real Armenians<sup>1)</sup>). I may add to this that with the Turkish hyperbrachycephalics as well as with the real Armenians the female length width index is slightly smaller than the male. This also supports the thesis of the Armenoid (eventually Hittite) origin of those Turks<sup>2)</sup>, who are also characterized by a large hooklike nose, large ears, and short postauricular head length.

In my second contribution I stated (p. 808) that amongst the present Armenians we may distinguish two groups, one with a l.w. index of 83.48 ( $\pm 1.16$ ), the other with a l.w. index of 86.53 ( $\pm 1.49$ ). Also CHANTRE's Armenian curve shows two peaks, at about the same places, viz. at 84 and 86, the latter being more frequent near lake Urmiah. Even VON ERCKERT's<sup>3)</sup> figures of only 21 Armenians, when arranged in a curve, show two peaks, one at 84, the other at 87.

Now it is striking that with the Anatolian Armenoids the 86—87 index is so largely prevailing above the 83.5 index<sup>4)</sup>, while the latter is more frequent in North-Persia and in some parts of the Caucasus.

As Anatolia is a more typical Hittite and Armenian centre this might indicate that the ancient Hittite—Armenian index was 86—87, not 83.5. This may find support in the fact that also among the Khaldeans and Assyrians (Aissori or Syriani) which probably represent a very old stock of the Armenians (who in the ancient times called their country Khaldea or Khai), the higher index is the prevailing one<sup>5)</sup>. So the additional "Armenian" stock of 83.5 might be a foreign admixture to this people, perhaps an admixture from the Caucasus (Mitanni?).

BUNAK<sup>6)</sup> who examined a great many (104) Armenian skulls, even distinguishes four brachycran Armenian types (l.c. infra p. 230), and also accepts with RUGGERI<sup>6)</sup> a small dolichokran Armenian type, which I doubt to be pure Armenian.

The second peak, also occurring as well in VON LUSCHAN's as in my Turkish curve is at 81—81.9. It is quite probable that this peak which is so

<sup>1)</sup> If the peak of 86 were due to Mongol influence the heads causing this peak would be less hypsicephalic (cf. the index table of the epicanthus Turks on page 1085).

<sup>2)</sup> This conclusion does not agree with the racial blood index for the "Turks" as found by HIRSCHFELD and HIRSCHFELD, which was 1.77 (the Armenian blood index being 2.31, see below). These authors, however, state: "for the Turks we used Macedonian Mohammedans. These last must certainly contain a large admixture of slav blood and the statistics should be confirmed in Turkey" (Serological differences between the blood of different races. *The Lancet*, Vol. II, 1919, p. 677).

<sup>3)</sup> VON ERCKERT. Kopfmessungen Caucasicher Völker, Arch. f. Anthropol., Bnd. 19, 1891, p. 242.

<sup>4)</sup> That these differences in length-width index should be due to a more or lesser degree of compression of the head during childhood, as assumed by CHANTRE, I do not believe. They are far too constant for such a secundary deformation.

<sup>5)</sup> Also the blood index of the Khaldeans and Assyrians (2.19) comes very near the Armenian blood index (2.31). cf. PARR Die Blutgruppenverteilung in der Bevölkerung des Nahen Ostens und Nord-Afrika's. Ukrain. Zentr. bl. f. Blutgruppenforsch., 1930 (IV, p. 82).

<sup>6)</sup> BUNAK. *Crania armenica. Untersuchungen zur Anthropologie Vorder Asiens*, Moscow, 1927 (Russian with German resumé). RUGGERI's conclusion, however, is based on the Armenian skulls in the Museum at Vienna, collected by WEISBACH round the sea of Marmara at Ismid, Brussa and Mudania which is not at all a typical Armenian region. Cf. GIUFFRIDA RUGGERI. Contributo all' antropologia fisica delle regioni dinariche e danubiane e dell' Asia anteriore. Arch. per l'Antropologia e la Etnol., Vol. 38, 1908, p. 127.

characteristic of the Circassians and Georgians — of the Western Caucasian people in general — is to be ascribed to the influence of these peoples on the Turks. It is a well known fact that Circassian and Georgian women were frequently found in Turkish harems. About 10 % of my Turks (chiefly students of the financially better situated class) admitted to have a Circassian or Georgian mother or grandmother. That this should have remained without influence on the anthropology of the Turks as VON LUSCHAN supposes ('22 p. 62) is not probable, at least not for the financially better off classes that I examined.

Besides there are certainly a good many Western Caucasians also among the male Turkish population.

Whereas VON LUSCHAN's and my curve agree in both the hyper- and sub-brachycephalic peaks, they disagree in the mesocephalic peaks, VON LUSCHAN finding a high elevation at 75—76.9, which I did not find at all. Also NOUREDDINE BEY and his collaborators (l.c. *supra*) found only 5.4 % of their skulls to have an index up to 75, corresponding with a living head index up to 76.5, which agrees with my result (7 on 138). VON LUSCHAN himself is inclined to ascribe his 75—76.9 peak to semitic influence. This is the more probable as VON LUSCHAN measured his Turks before the war, when Turkey still included a large part of Syria, involving the possibility of a greater Adnan Arab influence on the population.

On the other hand, my curve shows a distinct 79—79.9 elevation, failing in VON LUSCHAN's curve. It is difficult to account for this 79—79.9 index, also found by VIRCHOW (l.c. *infra*) near Renkoi. One might think of a Kurdish or similar Iranian influence here, a large part of Kurdistan being Turkish territory<sup>1)</sup>.

On the other hand, this peak may perhaps be caused by mediterranean mesocephalics as a similar peak occurs with the Greeks (see fig. 2), more especially with the Cretans<sup>2)</sup> as also in Southern Italy<sup>3)</sup>. Probably this mesocephalic race was among the oldest inhabitants of Asia minor (see below.) Besides the Greeks and Romans were represented by considerable colonies in Asia minor.

Superposing my Asiatic Greek and Turkish curves (fig. 2), two elevations of my Greek curve coincide with Turkish elevations viz. at 78—79.9 and at 81—81.9.

The superposition also shows where the chief difference between the Greeks and Turks comes in. Whereas the 84—87.9 top is very outstanding with the Turks it is much less prominent with my Greeks who are less mixed with (Mongol and) Armenoid blood.

<sup>1)</sup> That in later times Turkish—Kurdish marriages are not frequent does not of course exclude such mixtures in periods long ago, though the people I measured, — all students — had as far as they knew no Kurdish ancestry.

<sup>2)</sup> Cf. the works of HAWES, DUCKWORTH and VON LUSCHAN, quoted below.

<sup>3)</sup> Whereas the prevailing index in North Italy is obviously brachycephalic (85, the index in Calabria is 78.4).

Although the number of the Greeks from Asia minor I measured is only small I thought it worth while to publish my results. In the first place



Fig. 2. The strong lined curve gives the head indices of 138 Turks from Anatolia, the thin lined curve the head indices of 85 Asiatic Greeks.

because the Greek origin of the individuals measured was well controlled, both their father and mother being Greek, secondly because my data may serve as a criticism on VON LUSCHAN's<sup>1</sup>) curve of his Asiatic Greeks, reproduced by RIPLEY<sup>2</sup>), and MYRES<sup>3</sup>).

The fact is that VON LUSCHAN's curve of Asiatic Greeks contains very little that is characteristic of Greeks. It shows practically the same components occurring in his Turkish curve.

There are three distinct peaks in VON LUSCHAN's Asiatic Greek curve, an outstanding 75 index peak, a less outstanding one of 85 and the highest peak occurring at 88. The intermediate indices, especially those between 80 and 84, that are so characteristic of the present Greek population are hardly present in it, and the 78-79 peak fails entirely.

As far as concerns the 85-88 peaks amongst his "Asiatic Greeks", VON LUSCHAN himself had already stated that this peak was probably influenced by Armenoid or

<sup>1</sup>) VON LUSCHAN. *Völker, Rassen und Sprachen*. Berlin 1922, p. 131a, 147.

<sup>2</sup>) RIPLEY. *The peoples of Europe*, 1900, p. 116.

<sup>3</sup>) J. H. MYRES. *Who were the Greeks*. California Univ. Press 1930, p. 58.

pseudo-Armenoid (Turkish) influence. This agrees with the fact found by NEOPHYTOS<sup>1)</sup> that with the "Greeks" in North East Turkey (Kerasun) such indices prevail. Also the 75 peak is not typically Greek but as with his "Turks" may be due to Adnan Arabic influence, a good many members of the Greek orthodox church being of Semetic descent. Also this conclusion agrees with the results of NEOPHYTOS as this peak (75) entirely fails with the 142 Greeks measured at Kerasun (cf. also LUSCHAN '91, p. 47).

Whereas in my Asiatic Greek curve (fig. 2) the dolichocephalics and hyperbrachycephalics are not conspicuous the most typical peaks are at 81—81.9 and 83—83.9. In both respects this shows a great conformity with the data gathered on the mainland of Greece (and on some islands) by APOSTOLIDES<sup>2)</sup> and STEPHANOS<sup>3)</sup> with 366 males, and by DUCKWORTH<sup>4)</sup> with 100 males. By arranging the data of these three authors in one curve (fig. 3) it appears that this curve has very outstanding 82 and 84 peaks and besides a smaller 78 peak.

The result of the last named authors as well as my own make it very probable that the majority of the present Greeks in Greece as well as in Asia minor belong to GIUFFRIDA RUGGERI's *Homo brachymorphus* Indo-Europeans (or Caucasicus), HADDON's *Homo Georgianus*, the sub-brachycephalic caucasian race.

There is, however, a 78—79.9 component, clearly expressed in my Asiatic Greeks as well as in the curve of European Greeks made after the data of APOSTOLIDES, STEPHANOS and DUCKWORTH.

That this elevation is more pronounced in my curve of Asiatic Greeks is in conformity with the results of ZABOROWSKY<sup>5)</sup> and WEISBACH<sup>6)</sup>. The former examined 16 skulls of a Greek cemetery in Asia minor of the 3rd century A.D., in fifteen of which the cephalic index could be taken. He found the mesocephalic index prevailing (10 being between 75.5—78.9, 3 dolichocephalic and 2 subbrachycephalic), the average skull index being 76.56 or about 78 on the living. Similarly WEISBACH with 45 Asiatic and 50 European Greek skulls found — in addition to a 81—83 peak, an equally large 76—78 peak, coinciding again approximately with my result on the living (82—84 and 78—79.9).

Curiously the 78—79.9 index is still prevalent in Crete (HAWES, I.c. infra, and VON LUSCHAN<sup>7)</sup>), especially in its mountainous inlands.

So the question arises what is this mesocephalic people, still fairly

<sup>1)</sup> NEOPHYTOS. Le Grec du Nord-Est de l'Asie mineure. *l'Anthropologie* T. II, 1891, p. 25.

<sup>2)</sup> APOSTOLIDES. Quelques mesures sur le vivant prises en Grèce. *Bull. Soc. d'Anthrop. de Paris*, T. IV, 1883, p. 614.

<sup>3)</sup> STEPHANOS. Grèce. *Dictionnaire encyclopédique des Sciences médicales*. Paris, Tome X, 1884, p. 435.

<sup>4)</sup> DUCKWORDTH. Report on anthropological work in Athens and Crete. Report of the British Association for the advancement of Science, 1903, p. 404. The index figures of the 100 male Greeks measured in Athens are found in his report for the Brit. Ass. of 1912, p. 265.

<sup>5)</sup> ZABOROWSKY. Sur seize crânes d'un tombeau Grec d'Asie mineure. *Bull. Soc. d'Anthrop. de Paris*. T. IV, 1881, p. 234.

<sup>6)</sup> WEISBACH. Die Schädelform der Griechen. *Mitteilungen der Anthropologischen Gesellschaft*. Wien. Bnd. IX. (N.F. Bnd. I), 1882, p. 72.

<sup>7)</sup> VON LUSCHAN. Beiträge zur Anthropologie von Kreta. *Zeitschr. v. Ethnologie*. Bnd. 45, 1913, p. 307.

numerous with the Turks as well as with the Greeks in Asia minor and further in Crete and Southern Italy, but less so on the Greek continent?

There is some controversy concerning the origin of the longheaded people, that prevailed in the whole mediterranean region before the sub-brachycephalic invasion (see the small additional curve in fig. 3).

SERGI<sup>1)</sup> considered the longheaded (dolicho- and mesocephalic) mediterranean people as an Eurafrican race and recorded several archeological arguments as did Sir ARTHUR EVANS proving that the oldest population of Crete and Hellas was related to the Proto-Egyptians and Proto-Lybeans. Also DUCKWORTH<sup>2)</sup> (l.c. 1912) emphasized the analogy between the Minoan Cretans and the ancient Egyptians.

Among the ancient prehellenic skulls there are at least two groups, one with an index of 73—74, the other with an index of 76—77, as appears from the small additional curve of fig. 3 in which I registered all the middle and late helladic, protogeometric and early geometric skulls found in Greece and the indices of which are mentioned in literature.

Now in upper Egypt the average index of the ancient skulls according to ELLIOT SMITH<sup>3)</sup>, who has the greatest experience in this matter, was 73. In lower Egypt, however, two indices prevailed, a 73 and a 75.4 skull index, the latter of which according to ELLIOT SMITH was of alien i.e. of non-Egyptian origin. Apparently the same relation as in lower Egypt occurred in prehellenic Crete and Hellas.

The real Proto-Egyptians with the hamitic skull index of 73 may be represented by the small 73 peak in the additional curve of fig. 3. They may have been more numerous in Crete than on the mainland of Greece, as according to DUCKWORTH the average index of the Minoans was only 73.4<sup>4)</sup>, 65 % of them being dolichocephalic, only 26 % mesocephalic.

The ancient mesocephalic (76) skull index race, apparently more numerous in Greece itself, was probably another race. Whether this race is still represented there by the small 78 peak of the main curve in fig. 3 is difficult to tell, more so as we are not sure which race was responsible for the 76 skull index in ancient Crete and Greece. Most probably, however, it contains the same "alien" element that also occurred in lower Egypt which most likely is Semitic, especially Phoenician, a 76 skull index being so typical for the Phoenicians (cf. my third contribution), who lived so near<sup>5)</sup> and established so many colonies abroad.

<sup>1)</sup> SERGI. Primitive inhabitants of Europe. The Monist, Vol. 9, 1899, p. 321. The Mediterranean Race, Scott, London, 1901, and The Mediterranean culture and its diffusion in Europe. The Monist, Vol. 12, 1902, p. 161.

<sup>2)</sup> DUCKWORDTH. Report on the work in Athens and Crete. Brit. Assoc. f. the Advanc. of Science. 1903 and 1912. Cf. also the Cretan cup bearer, reproduced by SALAMAN.

<sup>3)</sup> ELLIOT SMITH. The ancient Egyptians, Harper Bros. London, 1923, p. 122 a.f.

<sup>4)</sup> According to HAWES also here the majority was mesocephalic cf. his reports on Crete for the Brit. Assoc. f. the advancement of Science. 1908 and 1910.

<sup>5)</sup> It is an interesting fact that considerably later in Carthage a similar mixture of a

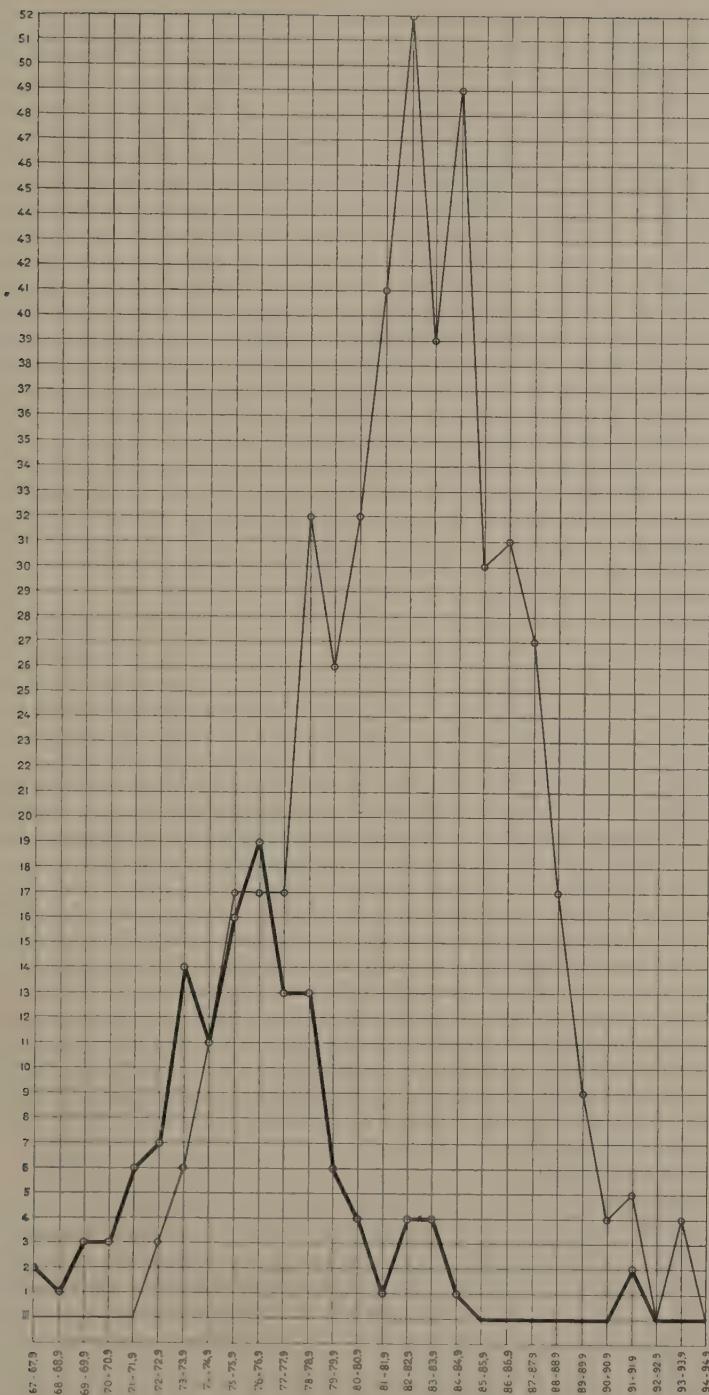


Fig. 3. The small thick lined curve gives the indices of 129 chiefly prehellenic skulls mentioned by STEPHANOS, KUMARIS and FÜRST. The large thin lined curve gives the head indices of 466 recent Greeks, measured by APOSTOLIDES, STEPHANOS and DUCKWORTH.

On the other hand, a living head index (77—78) very nearly corresponding with this skull index (slightly larger) occurs with some Aryan (better: non-mediterranean) mesocephalics in Anatolia, Kurdistan and North-Persia.

So, although a Phoenician influence on the ancient population of Greece cannot be doubted (also on account of semi-historical data), non-mediterranean mesocephalic elements in it may not be excluded (cf. also MYRES).

It is said that the ancient Phrygians, Carians, Lelegi, Galati and also the Philistines (SALAMAN<sup>1)</sup> who may be grouped together as Pelasgians were nonmediterranean dolichocephalics. It should be emphasized though that very little is known concerning the anthropological features of these peoples living on the West coast of Asia. The three skulls found at Troy III, examined by R. VIRCHOW<sup>2)</sup>, had the indices of 67.7 : 74.3 ; 71.3. VON LUSCHAN<sup>3)</sup>, PEAKE<sup>4)</sup> and especially MYRES accept that these were skulls of Nordic dolichocephalics of Kurgan habits, related to the Dnepper mound builders. This would agree with VIRCHOW's statement concerning the skulls of Khanai Tepe, a cemetery near Troy and also of an ancient, though probably not as ancient date as Troy III (the Khanai Tepe skull B I had an index of 71.5). Even the skulls of Ophrynon dating from about 500 B.C. had a similar index (74.5). The female 82.5 index skull found at Troy II might have been Achaean, as the Achaeans, are supposed to be subbrachycephalic (according to STEPHANOS Greek busts even usually have brachycephalic heads).

While skulls dating from the 9<sup>th</sup> to 5<sup>th</sup> century found at Athens are still prevailing dolicho- and mesocephalic<sup>2)</sup>, the subbrachycephalics added to the longheaded population, probably were related to the people of the Western Caucasus. Their invasion according to GLOTZ<sup>5)</sup>, FÜRST<sup>6)</sup> and MYRES<sup>7)</sup> coincides with the Achaean (i.e. Hellenic) invasion of Greece that may have started 2000—1500 B.C., reached his

dolichocephalic and mesocephalic population occurred, the former being also Hamitic and the latter Phoenician (cf. fig. 2 of my third contribution giving the frequency curve of the Carthaginian skulls, measured by BERTHOLON and CHANTRE).

<sup>1)</sup> SALAMAN. What became of the Philistines. Archives of the Palestine Exploration fund. January and April 1925. The Cretan cupbearer reproduced by SALAMAN, however, resembles the present Egyptian or Syrian Beduin.

<sup>2)</sup> R. VIRCHOW. Altrojanische Gräber und Schädel. Abhandl. der Preuss. Akad. der Wissenschaft. 1882 Abh. II p. 1—167, SCHLIEMANNS letzte Ausgrabung, ibidem, '91, p. 819, and Über Griechische Schädel aus alter und neuerzeit etc., ibidem 1893, p. 677.

<sup>3)</sup> VON LUSCHAN. Huxley Memorial Lecture, 1916.

<sup>4)</sup> PEAKE. Racial elements concerned in the siege of Troy. Journ. of the anthropol. Institute of Great Brit. and Ire. Vol. 46, p. 154.

<sup>5)</sup> GLOTZ. La civilisation égéenne, N°. IX de la Série l'Evolution de l'humanité, Paris, 1923.

<sup>6)</sup> C. M. T. FÜRST. Zur Anthropologie der prehistorischen Griechen in Argolis. Lunds Universitets Arsskrift N. F. Bnd. 26 N°. 8. Kungl. Fysiografiska Sällsk. Hand. Bnd. 41, 1930.

<sup>7)</sup> J. L. MYRES. Who were the Greeks. California Univ. Press. 1930, p. 343.

culmen about 1400 B.C., (1330 B.C. MYRES) but may have continued a long time.

In fig. 4A I registered separately the indices of the ancient skulls from Argolis, described by FÜRST, the dates of origin of which are better known than those of STEPHANOS' skulls. They belong to the middle Helladic (i.e. Pre-hellenic) period. From this it appears that nearly all the skulls of that period were dolicho- and mesocephalic<sup>1)</sup>.

Only one subbrachycephalic and one hyperbrachycephalic-hypsicephalic male skull are amongst them.

According to FÜRST, who compared his skulls with the Armenian skulls described by BUNAK, the hyperbrachycephalic skull (F.A. 20) is distinctly Armenoid, which I can confirm. The brachycephalic male skull (F.A. 10) with an index of 83.7 was also hypsicephalic (length-height index 63.8). The living head index of this man would have been about 84 (R. MARTIN). FÜRST is not sure about his racial position (Ic. p. 57). It may belong to my Armenian group with an average index of 83.48 ( $\pm 1.16$ ) but it may also belong to one of the Western Caucasian races, to which these 83.5 index Armenians probably are related (cf. p. 1088).

Fig. 4A. The upper figure gives the indices of the male (—) and male + female skulls (...) of the middle Helladic period examined by FÜRST.

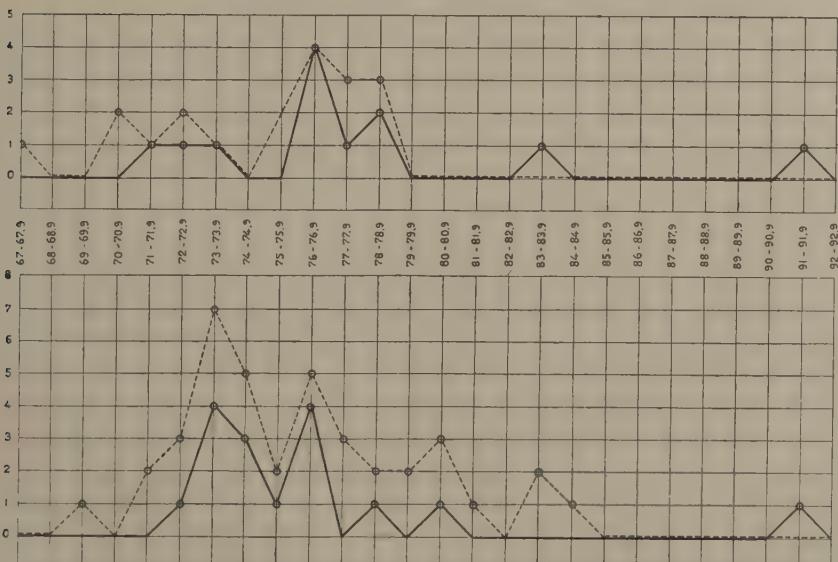


Fig. 4B. The lower figure gives the same for the late Helladic, protogeometric, early geometric described by FÜRST and Mykenai skulls described by KUMARIS.

In fig. 4B I registered FÜRST's skulls of the late helladic (25) protoge-

<sup>1)</sup> The dolichocephalic skulls originate from other burial places than the mesocephalic (Ic. p. 43). This may be another indication that they were from different races or at least from different classes of the population.

ometric (3), early geometric (1) and early hellenistic (2) period, adding the nine late helladic *Mykenai skulls*, studied by KUMARIS<sup>1)</sup> and quoted by FÜRST.

Of these skulls the majority is again dolichocephalic and mesocephalic, but in addition to one hyperbrachycephalic evidently Armenoid skull (N°. 4 F. H., index 91.5), there are now four subbrachycephalic (female) skulls, one with an index of 81.9 (N°. 7 F. M.) two of 83 (N°. 2 F. D. and one of KUMARIS' skulls), and one of 84.2 (N°. 5 F. M.), which according to FÜRST has no pronounced Armenian characteristics (l.c. p. 101) nor have the other skulls of this group. As there are moreover three skulls in this curve with an index of 80 — which on the living head may correspond with an index of about 81 —, this may indicate that at that period the brachymorph Western Caucasian people had already become more numerous in Greece (as was also the case in Crete at the same period, cf. DUCKWORTH l.c.).

Although I believe that these subbrachycephalic Hellenic invaders of

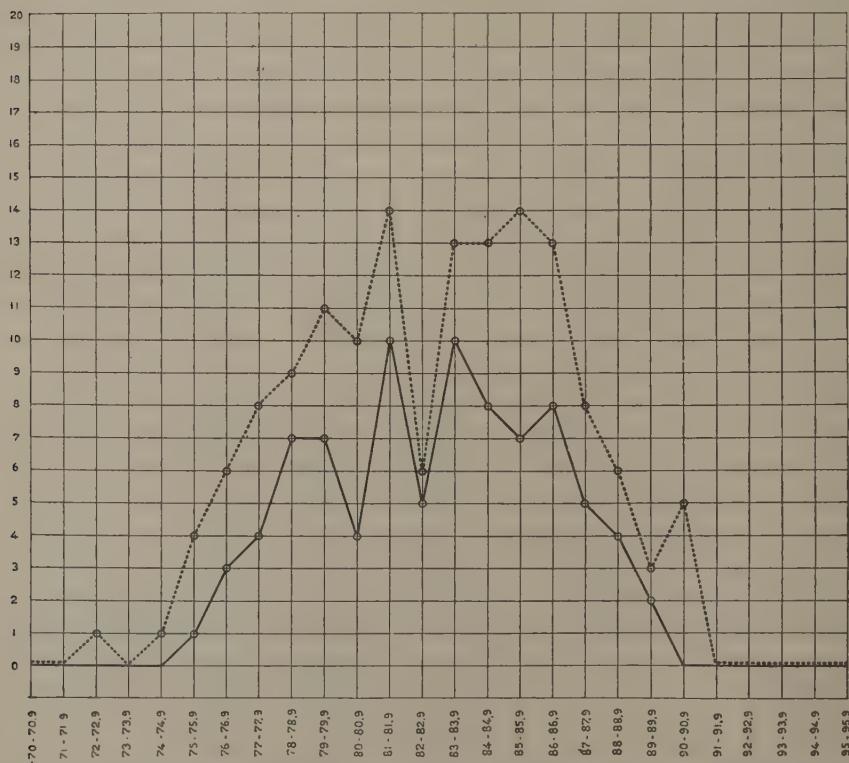


Fig. 5. The dotted curve gives the head indices of 146 inhabitants of the Balkans, the continuous curve the head indices of 85 Greeks.

1) KUMARIS. Prähistorische Schädel vom Griechischen Festlande. Arbeiten aus dem anthrop. Museum in Athen 1916 (Greek language, quoted from FÜRST).

Greece are related to the Western Caucasians this does not involve that they came directly from the Caucasus by the way of Anatolia, the Hellespont and the islands. They may have come just as well along the Northern route and the Danube Valley<sup>1)</sup>, or have split off from Caucasian groups in Hungary, as some archeologists suggest. Probably their immigration occurred along various ways.

Another point to be considered in the formation of the Greek people is the Dorian invasion ( $\pm$  1100 B.C.) that followed the Achaean (Hellenic) subbrachycephalic invasion.

Most authors who dealt with the origin of this invasion concluded that the Dorians came from the North (RIDGEWAY<sup>2</sup>), HAWES<sup>3</sup>, CASSON<sup>4</sup>), probably from Illyria (the present Dalmatia).

At the present time the population of the Balkans North-West of the Greek peninsula, in Dalmatia, contains more brachycephalics and especially more hyperbrachycephalics than Greece proper does (cf. fig. 5). An influx of this hyperbrachycephalic dinaric race in Greece has certainly occurred and may account for the 86—86.9 elevation present in the curves of recent Greeks (see fig. 3 and 5), but more pronounced in the Balkan curve (fig. 5).

Whether, however, this dinaric race is identical with the Dorians is not sure since unmistakeably Dorian skulls are not yet found, a consequence perhaps of the Greek (also Dorian) custom to burn the dead.

RIDGEWAY and GIUFFRIDA RUGGERI (l.c. supra p. 134—135) believe that at the time of the Dorian invasion Illyria was still inhabited by a mesocephalic race. This is doubted by HAWES, who considers the Albanians, especially those that speak the Gheg dialect, as the nearest relatives of both the old Illyrians and of the Dorians, whose Greek descendants he believes are the present Zakonians (in the former Lakonia or Sparta) who still speak a Dorian dialect (R. MEISTER<sup>5</sup>). According to HAWES they also penetrated into Crete (in Sphakia especially).

With 23 Zakonians HAWES found an average index of 85, with 98 Sphakiotes 84.7. This comes very near the index occurring with the Albanians speaking the Gheg dialect<sup>5</sup>). HAWES also stated that the absolute length and width and the sagittal contour

<sup>1)</sup> It should be emphasized, however, that they were no "Nordics" in the anthropological sense of the word, the latter being a longheaded race (see above).

<sup>2)</sup> RIDGEWAY. Who were the Dorians? Anthropological essays. Oxford, 1907, p. 303.

<sup>3)</sup> HAWES. Some Dorian descendants. Annual of the Brit. school at Athens, Vol XIV, 1909—1910, p. 258.

<sup>4)</sup> CASSON. The Dorian invasion reviewed in the light of some new evidence. Man, Vol. 21, 1921, p. 70. CASSON believes them to be related to the Hallstatt people.

<sup>5)</sup> R. MEISTER, Dorer und Achäer. Abhandl. der Sächs. Gesellsch. der Wiss. Phil hist. Kl. N°. 3, 1904.

<sup>6)</sup> With the majority of the Albanians, a higher index is found (see my first contribution, these Proceedings. Vol. 33, 1930, p. 795). Even with the Gheg Albanians, GLÜCK, who measured 14 men, found an average of 86.3. PITTARD who measured 16 Gheg Albanians, however, found an index of 85.5 and HAWES himself 85.1. See GLÜCK Zur physischen Anthropologie der Albanesen. Wiss. Mitteil. aus Bosnien und Herzegowina, p. 375. PITTARD. Contribution à l'étude des Albanais. Revue de l'école d'Anthropologie, 1902, p. 240 and HAWES (l.c. supra).

of the head of these peoples are about the same. These arguments are certainly interesting but so long as no Dorian skull has ever been described we have no certainty in this matter. Besides DUCKWORTH (I.c.) rightly emphasized that for the hyperbrachycephalic elements in the population of Greece and Crete also mediaeval dinaric invasions have to be considered and those of the Venetians, who are closely related to the Dinarics. Curiously the Greek bloodindex (2.26, according to HIRSCHFELD and HIRSCHFELD, and 2.12 according to KUMARIS<sup>1</sup>) comes very near the dinaric index (2.28).

---

<sup>1</sup>) cf. SNIJDER. Bloodgrouping in relation to Clinical and Legal Medicine. London, Baillière, Tindall and Cox, 1929.

**Physics.** — *Materialtransport im Lichtbogen.* Von L. S. ORNSTEIN und T. KOOPMANS. (Vorläufige Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Universität Utrecht).

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

Wenn man das Spektrum eines Lichtbogens, wovon Kathode und Anode aus verschiedenen Materialien bestehen, mittels eines Spektrographen photographiert, während der Bogen parallel zur Spalt steht, zeigen die erhaltenen Linien ein Gefälle mit der Höhe.

Dieses Gefälle hängt davon ab, ob das Metall Kathode oder Anode ist und ob es unten oder oben im Bogen steht. So ist z.B. für ein Silbergoldbogen das Gefälle für die *Ag*-Linien schwach, wenn *Ag* + und unten ist, stark, wenn es + und oben, sehr stark, wenn es — und unten ist, während die Goldlinien fehlen, wenn *Au* + ist, sehr stark sind, wenn *Au* — und unten ist. Ähnliches gilt für *Al-Cu*-Bogen. Es scheint sehr wichtig diese Erscheinung weiter quantitativ zu verfolgen.

Vorläufige quantitative Messungen wurden für *Cu-Al*-Bogen ausgeführt.

Der Lichtbogen war etwa 30 mm lang mit einer Stromstärke von  $\alpha$  Amp. Sie wurde auf die Spalt eines Hilger *E 1* Spektrographen verkleinert abgebildet (etwa 8 mm), sodass das Bild symmetrisch die etwa 6 mm hohe Spalt überdeckte. Die Linien wurden mit so breiter Spalt photographiert dass es möglich war sie senkrecht zur Dispersionsrichtung mit dem MOLL'schen Mikrophotometer zu photometrieren. Der kontinuierliche Grund neben den Linien wurde in derselben Weise photometriert. Das Licht des Bogens wurde mittels Drahtgitter so weit geschwächt, dass in einer Zeit von etwa 6 Minuten eine normale Schwärzung entstand. Dadurch war es möglich die Schwankungen des Bogens durch Mittelung zu eliminieren. Die Schwärzungsmarken wurden mittels der Methode der Spaltbreitevariation auf der Platte abgedruckt.

Durch Vergleich der *AlO*-Banden in verschiedener Höhe wurde konstatiert, dass im benutzten Teil des Bogens kein Temperaturgefälle auftritt.

Es ist für 24 Linien des Kupferspektrums das Intensitätsgefälle als Funktion der Höhe gemessen. Obwohl dabei Linien von sehr verschiedenen Ausgangsniveau's sind und die Linien sowohl zu den Doubletsystemen als zum Quartetsystem gehören, wurde für alle das gleiche Gefälle gefunden.

Es zeigt sich also, dass ungefähr drei Viertel des Bogens (in der Länge-

richtung) im gleichen Anregungszustand ist. Der Abfall der Linienintensität in dieser Richtung ist daher ein Mass für das Transport des Elektronenmaterial im Bogen. Es wurde ein Versuch gemacht, die Erscheinungen zu beschreiben als eine Diffusion in einen strömenden Gase, es scheinen hierdurch die Tatsachen aber nicht genügend wiedergegeben zu werden.

Die Untersuchung wird im hiesigen Institut weiter fortgesetzt.

---

**Geology.** — *On rocks from the Venezuelan islands between Bonaire and Trinidad and on some rocks from Northwestern Venezuela.* By L. RUTTEN.

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

During a journey to the Antilles in 1930 I expected to get an opportunity to visit the small islands between Bonaire and Trinidad. Lack of time, however, rendered this visit impossible. By the kindness of Professor REINHARD and Professor BERGT in Leipzig and of the Curators of the British Museum in London I obtained afterwards a series of rocksamples from these islands, partly collected by the German prospector R. LUDWIG, partly by the English ornithologist P. R. LOWE. The examination of these rocksamples had a twofold interest: firstly very little was known about the geology of the islands, and secondly it became clear that the geology of several of them shows clear relations with that of the Dutch Leeward islands, chiefly with Aruba. The results of this examination will be stated here; moreover the geological data, known from the islands, which are rather scattered in the geological literature, will be shortly recorded.

#### *Aves Islands.*

They consist of two groups of low coral islands, so called "keys" or "cayos" <sup>1, 2</sup>). Phosphate and Guano have been reported from them <sup>1</sup>). To the geologist a study of the coral reefs of the islands may be of much interest; for the rest, however, it is almost certain that they do not show anything interesting. Probably the isles may be compared with the southern part of Bonaire: they have emerged only recently from the ocean, and young limestones cover the invisible older formations.

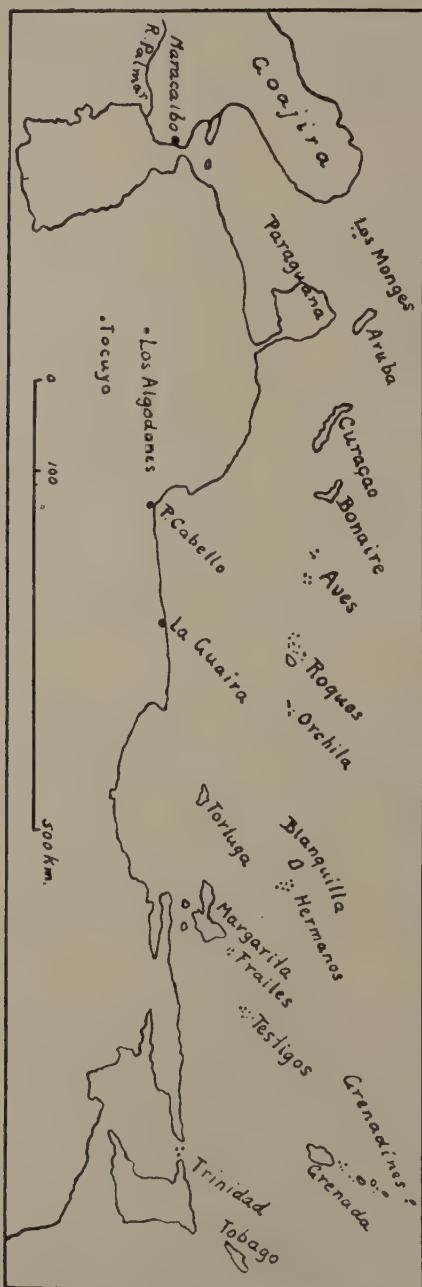
#### *Los Roques.*

As with Aves islands, most islands of this group are "keys". Only the Northernmost, El Roque, is hilly and shows a core of older rocks. El Roque has a N-E strike; in the N. and the E. it is covered by coral limestones, locally with phosphate and guano; in the W. and SW. its surface rises to 150—250 m. (W. SIEVERS, l.c.). According to BERGT (in: SIEVERS l.c.), who examined long ago the rock-samples collected by R. LUDWIG, the chief

<sup>1</sup>) W. SIEVERS, Die Inseln vor der Nordküste von Venezuela. Nach den bisherigen Quellen und unter Berücksichtigung des Tagebuchs und der Gesteinssammlung Richard Ludwigs. *Globus* **74**, 1898, p. 163—165, 291—294, 302—307.

<sup>2</sup>) CH. B. CORY, The birds of the Leeward Islands. Field Museum of Nat. Hist. Chicago. Ornith. Series **I**, 5, 1909, p. 193—255.

rock is quartzmicadiorite. Besides occur: biotitegranite, aplitic granite, "ein eigenartiges Augitgestein" and amphibolite. I reexamined slides of all the



samples, collected by LUDWIG. The result was, that all belong to rocks, very

nearly related to those of Aruba and Curaçao, as a short description will show.

V. 208, D. 12486 (El Roque 3)<sup>1)</sup> is a granular, hypidiomorphic rock with green hornblende (frequently accumulated in dark spots of the rock, often idiomorphic in the prism zone), plagioclase (oligoclase-andesine, often with zonar structure, beautifully twinned with rather good idiomorphism) and quartz (occurring as filling-mass, with strong waving extinction or cataclastic). Brown, partly chloritized biotite, magnetite, titanite and apatite are accessories. This **biotite-bearing quartzhornblend-diorite** resembles by its mineral-combination, by the zonary plagioclases and by the pressure-phenomena the diorites of Aruba.<sup>2)</sup>

V. 209, D. 12487. (El Roque 107.) **Biotite-bearing quartzhornblend-diorite**, strongly resembling the foregoing, but with more biotite.

V. 211, D. 12489. (El Roque 107a) is a dark, granular rock, macroscopically resembling an amphibolite. Consists of green hornblende (more than 50 % of the rock, partly idiomorphic in the prism-zone) and plagioclase (somewhat idiomorphic, often zonar with the most basic feldspar in the core, on the average about labrador). Accessories are some ore (grains of magnetite and some cubi of pyrite) and traces of quartz. The rock is certainly no amphibolite. It shows strong resemblance to malchites from Aruba, from which it differs by the absence or scarceness of quartz. **Quartz-free malchite<sup>3)</sup>.**

V. 214, D. 12492 (El Roque, 108). Is a pebble of a very dark, finely fibrous phosphorite.

V. 216, D. 12493 (El Roque, 6). Consists of partly perthitic orthoclase, almost not idiomorphic against totally xenomorphic quartz; moreover some acid plagioclase with traces of idiomorphism. On some places in the slide myrmekite occurs. **Aplitic granite**, very well agreeing with some rocks of Aruba.

V. 217, D. 12494 (El Roque, 7). Consists of perthitic orthoclase (partly idiomorphic against quartz) and quartz (xenomorphic, partly intergrown granophyrically with orthoclase), with some microcline, acid plagioclase and green biotite. Agrees fairly with rocks from Aruba. **Aplitic granite**.

V. 218, D. 12495 (El Roque, 15). Is a splinter, showing the contact of a green with a very dark, coarsely granular rock. The green part appears to consist entirely of opal and spherolithic quartz; in the dark part occur large augites, large epidotes, small, basic plagioclases and many fibres and needles of pale-green hornblende. May be the rock is a saussuritized gabbro. The rock does not agree absolutely with rocks from Aruba, but it resembles very nearly a saussurite-gabbro of cretaceous age from NW. Venezuela, which will be treated afterwards.

As a whole, it is clear that the rocks from El Roque show very near resemblance to those from Aruba. The determinations of BERGT have in-

<sup>1)</sup> The "V" numbers refer to a collection in the Utrecht geological institute, the "D" numbers to the collection of slides in that institute, the "El Roque" numbers are the numbers in the Leipzig collection.

<sup>2)</sup> J. H. WESTERMANN, Handel. XXIII, Nat. Geneesk. Congr. 1931; id. Leidsche Geologische Mededeelingen. Vol. IV, 1931.

<sup>3)</sup> Prof. BERGT, who originally took this rock for an amphibolite, wrote to me that he suspected it now for a dioritic vein-rock.

duced SIEVERS to suppose that the crystalline rocks of El Roque have an archaic age:

„Das lässt auf ein archäisches Schiefergebirge schliessen und erinnert einerseits an Aruba..... anderseits an Orchila.“ (W. SIEVERS, l. c. p. 165.)

Without doubt SIEVERS was right, when he compared El Roque with Aruba. We know now, however, that the rocks of Aruba, which are related to those of El Roque, are of Young-Cretaceous or Old-Tertiary age: quartzdiorite and its sequence of vein-rocks, absolutely comparable with those of Aruba haven intruded in Curaçao the "Midden Curaçao beds", which are Uppermost Cretaceous or Old Eocene<sup>1)</sup>. In consequence we may assume that the crystalline rocks of El Roque are of the same age.

The island of Orchila, situated between Los Roques and Blanquilla will be treated afterwards.

#### *Blanquilla.*

SIEVERS' publication (l.c.) does not give any reliable details on Blanquilla. In the beginning of this century the island has been visited by P. R. LOWE, who has mentioned it in different publications and who, in his book of 1911 has even given a geological sketchmap of the island<sup>2)</sup>. The island is very asymmetric: in the E. and S. there are coral limestones, rising to 200' along a line, directed about from N. to S.; to the W. of this line there is a "granite landscape", whilst near the westcoast true dunes are found. LOWE reproduces some photo's from the granite landscape which resemble very much the diorite landscape of Aruba. I was in the possibility to study a sample, collected by Mr. LOWE:

V. 162, D. 12179. is a granular rock with biotite (often chloritized; forming dark spots with ore and apatite) as only dark mineral. The commonest feldspar is a plagioclase (oligoclase-andesine, polysynthetically twinned, often clearly zonar, rather idiomorphic). Orthoclase and quartz (strongly cataclastic or with wavy extinction) form a xenomorphic filling-mass.: This biotitegranodiorite resembles very much some rocks from Aruba.

LOWE's publication has not been mentioned by the two compilators of the geology of Venezuela A. JAHN<sup>3)</sup> and R. A. LIDDLE<sup>4)</sup>. Whilst JAHN indicates "granitico" on his map, LIDDLE indicates "cretaceous" on Blanquilla.

<sup>1)</sup> G. J. H. MOLENGRAAFF, Geologie en Geohydrologie van Curaçao. Diss. Delft, '29. L. W. J. VERMUNT and M. G. RUTTEN, These Proceedings, 34, 1931, p. 271—276; id. id. These Proceedings, 34, 1931, p. 558—563. P. PIJPERS, These Proceedings, 34, 1931, p. 1023—1027.

<sup>2)</sup> P. R. LOWE. On the birds of Blanquilla, *Ibis* (9), I, 1907, p. 111—122. Id. A naturalist on desert islands, London, 1911.

<sup>3)</sup> A JAHN, Esbozo de las formaciones geologicas de Venezuela, Caracas, 1921.

<sup>4)</sup> R. A. LIDDLE, The geology of Venezuela and Trinidad. Fort Worth, Texas, 1928.

*Los Hermanos.*

SIEVERS (l.c.) mentions, that R. LUDWIG has found phosphate and diabase-like rocks on these islands. Afterwards LOWE<sup>1)</sup> has visited the islands; he mentions diorite from them and has reproduced some photo's. I could examine one sample, collected by LOWE.

V. 203, D. 12481 is a dark rock with dioritic-gabbroid habit. It consists of green hornblende (non idiomorphic, forming dark spots in the slide, with inclusions of magnetite), plagioclase (labrador-bytownite with some zonar structure) and a filling-mass of quartz which sometimes enters the hornblende in minute channels. The rock is a hornblende-gabbrodiorite and may be compared very well with some rocks from Aruba.

*Los Testigos,*

the last islands between Bonaire and Trinidad, consist, as Los Hermanos, of seven islands, from which R. LUDWIG has mentioned — without collecting rocksamples — the occurrence of chlorite-schists (W. SIEVERS l.c.). According to P. R. LOWE (l.c. 1909) the islands, which have a height from 400—500' consist of granite, in one island covered by shale. I could examine three samples, collected by LOWE, of which one is a piece of quartz, which, for the judgment of the geological composition is of no importance. The others are:

V. 198, D. 12437. Is a hornblende-granodiorite with green hornblende, plagioclase (idiomorphic, oligoclase andesine with zonar structure) and a filling-mass of orthoclase and quartz.

V. 212, D. 12490. Is a dark rock with lamprophyric structure, consisting of small crystals of plagioclase (oligoclase-andesine) and of grains and small crystals of augite and hornblende. Some inclusions of rounded quartz-grains, so characteristic for many lamprophyres, are equally found. The rock is a spessartite.

Both rocks from Los Testigos are again nearly related to rocks of Aruba. LIDDLE (l.c.) indicates on his map cretaceous sediments as well on Los Hermanos as on Los Testigos.

If we except Orchila, we may say that all the islands between Aruba and Los Testigos, over a distance of 800 km., possess several common characteristics. All seem to have risen rather recently from the sea, young raised coral reefs, sometimes concealing the older rocks, occurring in Aruba, Curaçao, Bonaire, Aves, Roques, Blanquilla and Los Hermanos. In most of the islands we find comagmatic abyssal rocks, poor in potash and rather rich in silica. With these quartzdioritic rocks are associated in several islands characteristic veinrocks such as malchites, vintlites, spessartites,

<sup>1)</sup> P. R. LOWE, Notes on the birds collected during a cruise in the Caribbean sea. *Ibis* (9), III, 1909, p. 304—347; id. l. c. 1911.

kersantites<sup>1)</sup> etc. Everywhere the plagioclases of the dioritic rocks show beautiful zonal structure, whilst the quartzes present signs of very strong pressure. For Curaçao it is certain and for Bonaire it is probable that the rocks are Youngest Cretaceous or Oldest Tertiary; we may assume that the age of the dioritic rocks on the other islands is about the same. The rocks differ strongly from the igneous rocks that have been described from the Venezuelan coast range<sup>2)</sup> which are probably much older.

It would be of interest to have data on the geological composition of Los Monges, the small islands to the W. of Aruba. I did not succeed, however, to find anything about them in literature. To the E. of Los Testigos we do not have any definite knowledge of the quartzdioritic cretaceous rocks, the northern range of Trinidad having the same schistous composition as the coast range of Venezuela. It is, however, possible, that a granophyr, which has been mentioned from the NE. of Trinidad points to a manifestation of the dioritic magma<sup>3)</sup>. The few geological data, that have been published on Tobago do not point to a relation between that island and Los Testigos<sup>4)</sup>.

### *Orchila.*

In the island-row Aruba — Los Testigos the island of Orchila occupies a particular place. According to SIEVERS (l.c.) the name of Orchila indicates several islands, the largest of which has W-E strike. In LUDWIG's collection of rocksamples BERGT has identified different gneisses and other schists. It is easily understood that SIEVERS took the rocks from Orchila for an "archaeisches Schiefergebirge" (l.c. p. 292). The results of a reexamination of LUDWIG's samples are following here.

Two samples indicate abyssal igneous rocks.

V. 224, D. 10199. *Orcihila 1e* is a peridotite-serpentine. The serpentine has arisen for the greatest part from olivine, for the rest from monoclinic pyroxene, of which still some remains are present and from amphibole, the clear cleavages of which are still visible in the pseudomorphic serpentine.

V. 235, D. 12501. *Orcihila 5a* is only a large fragment of a fairly twinned plagioclase (oligoclase-andesine), which is epidotized and sericitized. Possibly this fragment has belonged to a dioritic rock.

Several splinters indicate the presence of true gneisses.

V. 221, D. 10196. *Orcihila 8* consists of more or less clear layers of strongly cataclastic quartz, of orthoclase and of albite whilst several very thin layers are rich in

<sup>1)</sup> P. PIJPERS, l. c.

<sup>2)</sup> L. RUTTEN, These Proceedings, 34, 1931, p. 1013—1022.

<sup>3)</sup> G. A. WARING, The geol. of Trinidad. John Hopkins Univ. Studies in Geol., 7, 1926, p. 11—86, 112—170.

<sup>4)</sup> E. H. CUNNINGHAM CRAIG, Prelim. Rep. on Tobago. Trinidad Council Papers, 9, 1907.

muscovite and contain some biotite, and one layer is built up by epidote-prisms. The rock is a bimicagneiss.

V. 225, D. 10200. Orchila 3a is a gneissic rock, containing quartz, much microcline with quartz-drops, less orthoclase and albite, much biotite and muscovite, and some epidote in grains and prisms. The colourless elements are xenomorphic; they are not strongly crushed. Epidote-bimicagneiss.

V. 226, D. 10201. Orchila 5 is a gneissic rock with quartz, albite and orthoclase, much muscovite, less biotite and some epidote. It differs from the foregoing samples by the enormous crushing of all the colourless minerals. Crushed bimicagneiss.

V. 227, D. 10202. Orchila 2b is an epidotebimica albitegneiss, differing from the foregoing samples by the absence of potash feldspar.

V. 229, D. 10194. Orchila 3 shows layers of very strongly crushed quartz and others of non-twinned albites. Moreover there are strings of epidote and zoisite. Epidote-albitegneiss.

V. 220, D. 10195. Orchila 4 is a very strongly crushed rock, consisting of quartz and layers of albite in minute grains with strings of epidote and with some sericitic muscovite. Strongly crushed epidote-albitegneiss.

One rock from Orchila has the composition of a micaschist: V. 223, D. 10198. Orchila 2 is a white schistous rock with thin layers of muscovite and others of crushed quartz. Rutile and epidote occur as accessories. Strongly crushed muscoviteschist.

The remaining rocks from Orchila, all more or less schistous, are of green colour.

V. 222, D. 10197. Orchila 1d is a dark green, schistous rock, consisting almost entirely of long prisms of green hornblende, enclosing grains and crystals of rutile, while some acid plagioclase occurs as accessory. Amphibolite.

V. 235, D. 12502. Orchila 1b is an epidotehornblendeschist with more or less clear layers of epidote and green hornblende whilst chlorite, quartz and albite are accessories.

V. 238, D. 12504. Orchila 1c shows in the slide an interchange of layers with chlorite and twinned albite-laths, whilst epidote, calcite and quartz are accessories. Chloritealbiteschist.

V. 237, D. 12503. Orchila 4b is an epidotezoisitechloriteschist with titanite, quartz and untwinned albite as accessories.

V. 239, D. 12505. Orchila 9 has a groundmass, consisting almost entirely of minute grains of albite and small scales of chlorite; epidote and leukoxene being accessories. In this groundmass occur large plagioclases (albitized, with epidote, chlorite and sericite), which undoubtedly bear the characteristics of phenocrysts. Chloritealbiteschist (metamorphosed porphyrite).

V. 240, D. 12506. Orchila 1a. In a, not clearly schistous groundmass of chlorite, epidote, long needles of green hornblende, some albite and quartz occur many large phenocrysts of plagioclase (albitized, with epidote and needles of hornblende). Chlorite-epidote-hornblendeschist (metamorphosed porphyrite).

The rocksamples of Orchila belong clearly to different groups, the geological relation of which would be highly interesting to know. All information thereabout, however, is lacking. The peridotite-serpentine and the possible dioritic rock might be comagmatic with the abyssal rocks of the other islands. It must be stated, however, that the occurrence of peridotites is not known from the other islands. The schistous serpentine, occurring in the coast range near Caracas (L. RUTTEN l.c.), seems to have other characteristics. All the gneissic rocks and the micaschist, although not identical with rocks from the Venezuelan coast range (L. RUTTEN l.c.) are probably nearly related to them. The green schists, on the other hand, which partly are undoubtedly metamorphosed basic surface rocks, although not identical with rocks of the basement of Aruba (J. H. WESTERMANN l.c.) seem to be nearly related to them. It seems probable to me that Orchila is the geologically highest elevated island of the row, where we find side by side the basement rocks of the cretaceous cycle (the green schists and, eventually, the peridotite and the ? diorite) and the much older, gneissic rocks which may belong to the same cycle as the rocks of the coast range.

It is well known that the coast range, westward from Puerto Cabello, bends to the SW., running in the direction of Merida (Venezuelan Andes). Between the row of islands under discussion and the Andes is a broad zone, comprising chiefly the states of Falcon and Lara, where folded cretaceous and tertiary sediments of great thickness are the surface-rocks. The facies of the Cretaceous and Tertiary in this part of Venezuela is entirely different from that on the islands, and so are the orogenic phases<sup>1)</sup>. It is, therefore, comprehensible, that, generally, we do not meet the intrusive rocks, so characteristic for the islands, in North-Western Venezuela, although magmatic rocks are not entirely lacking. They have been known a long time already from the Cerro de Santa Ana on the peninsula of Paraguana<sup>2)</sup>. The details are, however, very meagre, and it is not at all clear, whether the rocks, reported from here, belong to a cretaceous phase or are prae-cretaceous, as BENDRAT and SIEVERS (l.c.) suppose. Another locality, where granite has been found, is the small island of Toas at the entrance of the Bay of Maracaibo (R. A. LIDDLE, l.c. p. 91). From the description it seems to be certain that this is a pre-cretaceous granite.

On a wonderful excursion which my students and I made as guests of the Caribbean Petroleum Company under the guidance of Dr. L. KEHRER through the states of Falcon and Lara we visited two localities, where magma has intruded cretaceous sediments, the first at Los Algodones

<sup>1)</sup> See for ex. G. J. H. MOLENGRAAFF, l. c. and R. A. LIDDLE, l. c.

<sup>2)</sup> W. SIEVERS, Richard Ludwig's Reisen auf Paraguana. *Globus* 73, 1898, p. 303—309; T. A. BENDRAT, The rocks of the Cerro of Sta Ana on Paraguana, Venez. Amer. J. Sc. (4), 37, 1914, p. 268—272.

between Baragua and Siquisique, the second to the NNE. of Rio Tocuyo. A short description of the rocks, collected at these localities will be given here.

V. 154 D. 12128, from Los Algodones is a gabbroid rock of quite normal structure, with diallage and basic plagioclase. G a b b r o.

V. 156, D. 12132, seemingly a dike in the foregoing gabbro. Los Algodones. Is a saussurite-gabbro with albitized plagioclases, much actinolite, prehnite and zoisite.

V. 153, D. 12126, an igneous dike in cretaceous limestone, NNE. of Rio Tocuyo, is a granular rock with somewhat idiomorphic albite, with orthoclase and totally xenomorphic quartz; with weathered biotite and muscovite and with traces of tourmaline and idiomorphic garnet. C a t a c l a s t i c b i m i c a g r a n i t e.

Although these rocks, the age of which is about the same as of those from the islands do not agree very well with the quartzdiorites of the islands, they may belong to their parenty.

By the kindness of the geologists of the Caribbean Petroleum Company I received moreover two samples of granite from the territory W. of Maracaibo. Both are regarded to be of precretaceous age.

V. 160, D. 12177, Rio Palmar is a gray, granular rock with large, idiomorphic, zonally structured crystals of oligoclase-andesine and with some orthoclase and much quartz as filling-mass. Biotite, partly chloritized is the dark mineral; apatite and zircon are accessories. The quartzes show partly waving extinction and are partly cataclastic. B i o t i t e - g r a n o - d i o r i t e.

V. 161, D. 12178. Well YOCIL, district of Maracaibo is a granitic rock, related to the former, but with more orthoclase. B i o t i t e g r a n i t e.

It is remarkable that these two rocks, regarded as precretaceous show strong resemblance with the cretaceo-tertiary rocks of Aruba. It is possible that these granites belong already to the igneous sequence of the porphyritic rocks of the Sierra de Perija, to which possibly also the porphyry of the Cerro Tete on the Goajira peninsula belongs. Pebbles, derived from the Perija-porphries are found already in the basal conglomerate of the Cretaceous of the Sierra de Perija<sup>1)</sup>.

#### *Summary.*

The row of islands from Aruba to Los Testigos, which topographically seem to form a unit, form certainly a unit from a geological point of view. On most of them are found abyssal and, partly also, hypoabyssal rocks with clear consanguinity, derived from a quartzdioritic magma. Their age is Youngest Cretaceous or Oldest Tertiary.

<sup>1)</sup> See, f. e. O. STUTZER, Streifzüge eines Geologen im Gebiet der Goajira Indianer, Berlin, 1927; id. Zur Geologie der Goajira Halbinsel. Neues Jahrb. etc. Beil. Bd. 59b, 1928, p. 304—326.

These rocks differ clearly from the igneous rocks, known from the Caribbean coast range.

Rocks of about the same age as those from the islands occur on some places in NW. Venezuela; these rocks, however, are not clearly consanguineous with the rocks of the islands. It is not impossible, that the — imperfectly known — igneous rocks of the Paraguana peninsula belong to the same sequence.

Granitic rocks from the Maracaibo district are mineralogically and structurally nearly related with the rocks of the islands; it seems however, that they are older.

---

**Anthropology.** — *On sexual differences in the teeth of the Javanese.* By  
W. A. MIJSBERG.

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

In studying the skeletal remains of comparatively recent prehistoric men found in Java by the Archeological Service and placed at our disposal by the courtesy of Dr. P. V. VAN STEIN CALLENFELS, it proved necessary to pay special attention to the teeth, these being the best preserved parts of the skeletons. As no data regarding the dimensions of the teeth in recent Javanese are available, in collaboration with Mrs. MIJSBERG I undertook the study of the teeth of those skulls collected in the Anatomical Museum at Batavia, which had belonged to native inhabitants of the isle of Java, died at Batavia. In this way we could gather the data necessary to the comparison of the prehistoric teeth with those of recent Javanese.

But apart from this purpose our investigation has yielded interesting results, especially with regard to the sexual differences in the dimensions of the teeth.

Since F. SCHAAFFHAUSEN 1883 made the statement, which soon should prove an erroneous one, that the upper middle incisors in the females should be broader than in the males, the question as to the presence of sexual differences in the dimensions of the teeth has been discussed. Much attention has been paid to the incisors and the canine teeth, as these teeth in the Anthropoids, especially in the Gorilla, show considerable sexual differences, all dimensions in the males being greater than in the females. According to DE JONGE COHEN<sup>1)</sup> the facts brought forward tend to believe that in man the same sexual differences exist, only they are far less considerable and can only be detected by comparing the means of the measures taken from a great number of teeth. According to some authors a corresponding difference should exist in the breadth and the thickness of the molar teeth (cf. the investigations of HRDLIČKA<sup>2)</sup> on the 1st and 2nd lower molars).

JANZER<sup>3)</sup> from his study on the teeth of skulls from New Pommern, an isle in Melanesia, drew the conclusion that the average breadth and thickness of all male teeth are greater than in the females, with the only ex-

<sup>1)</sup> DE JONGE COHEN, TH. E., Mühlreiters Anatomie des menschlichen Gebisses, 5. Aufl. Leipzig, 1928.

<sup>2)</sup> HRDLIČKA, A., Variation in the dimensions of lower molars in Man and Anthropoid Apes. Amer. Journ. of phys. Anthropol. Vol. 6, 1923.

<sup>3)</sup> JANZER, O., Die Zähne der Neu-Pommern. Vierteljahrsschr. f. Zahnheilk. 1927.:

ception of the lower incisors, the breadth of which is the same in the two sexes.

All previous investigations suffer from the same deficiency. As is the case in most anatomical and anthropological work conclusions have been drawn from the study of a rather scanty material. Therefore it is not sufficient to calculate the arithmetic mean ( $M$ ) only, but it is inevitable to calculate the standard deviation of the mean ( $m$ ) as well. When in the males the mean breadth of a certain tooth may be represented by the formula  $M_\sigma \pm m_\sigma$  and the mean breadth of the same tooth in the females by  $M_\varphi \pm m_\varphi$ , a real difference between these means is not to be accepted

unless the quotient  $\frac{M_\sigma - M_\varphi}{\sqrt{m_\sigma^2 + m_\varphi^2}}$  attains or exceeds the value 3. This should

be kept in mind with all statistical work.

In the tables accompanying this paper the breadth and the thickness of upper and lower teeth have been tabulated separately. In each table the 1<sup>st</sup> and 2<sup>nd</sup> columns refer to the male teeth, the 3<sup>rd</sup> and 4<sup>th</sup> to the teeth of the females. In the 1<sup>st</sup> and 3<sup>rd</sup> columns the number of teeth measured is put down; the 2<sup>nd</sup> and 4<sup>th</sup> columns contain the means of these measures and their standard deviations for the males and the females respectively. In each 5<sup>th</sup> column the difference between the means in the two sexes is

put down. Each 6<sup>th</sup> column contains the value of the quotient  $\frac{M_\sigma - M_\varphi}{\sqrt{m_\sigma^2 + m_\varphi^2}}$

All measures are in millimeters. It should be added that  $m$  is calculated from the formula  $m = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n^2}}$ , in which  $e$  represents the deviation of each separate measure from the mean, whereas  $n$  represents the number of the teeth measured.

It will appear from the tables that the number of the teeth measured is not always the same. We studied 69 complete male skulls, moreover 1 upper jaw and 2 lower jaws of men, 20 complete female skulls, moreover 2 upper jaws and 1 lower jaw of women. Although we only used those skulls of our collection, in which the dentition was almost complete and the teeth were not much worn by use, nevertheless some teeth were too much worn, others were affected by disease, still others were absent, being lost during life or after maceration of the skull. The small number of 3<sup>rd</sup> molars is due to the fact, that in some adult skulls these teeth had not completely erupted or even were not visible at all.

The nomenclature of tooth dimensions differs with different authors. We have called the *Breadth* of a tooth the distance between the most mesial and the most distal point of the tooth, measured along the axis of the row of teeth. Accordingly in the incisors the breadth is the greatest transverse dimension; in the molars this measure is taken in the antero-posterior direction. The *Thickness* of a tooth is the distance between the

most lingual and the most buccal point of the tooth measured at right angles to the preceding dimension.

TABLE 1.

Upper Jaw. Breadth of Teeth.						
	♂		♀		$M_{\sigma} - M_{\varphi}$	$\frac{M_{\sigma} - M_{\varphi}}{\sqrt{m_{\sigma}^2 + m_{\varphi}^2}}$
	<i>n</i>	$M_{\sigma} \pm m_{\sigma}$	<i>n</i>	$M_{\varphi} \pm m_{\varphi}$		
<i>I</i> <sub>1</sub>	129	8.6 ± 0.061	35	8.2 ± 0.117	0.4	3.0
<i>I</i> <sub>2</sub>	131	7.0 ± 0.060	38	6.7 ± 0.099	0.3	2.6
<i>C</i>	136	8.0 ± 0.049	42	7.7 ± 0.075	0.3	3.3
<i>P</i> <sub>1</sub>	133	7.5 ± 0.047	39	7.3 ± 0.074	0.2	2.3
<i>P</i> <sub>2</sub>	129	7.0 ± 0.045	40	6.9 ± 0.087	0.1	1.0
<i>M</i> <sub>1</sub>	129	10.8 ± 0.058	41	10.5 ± 0.091	0.3	2.8
<i>M</i> <sub>2</sub>	125	10.0 ± 0.061	39	9.6 ± 0.114	0.4	3.1
<i>M</i> <sub>3</sub>	96	9.2 ± 0.099	31	9.1 ± 0.136	0.1	0.6

TABLE 2.

Upper Jaw. Thickness of Teeth.						
	♂		♀		$M_{\sigma} - M_{\varphi}$	$\frac{M_{\sigma} - M_{\varphi}}{\sqrt{m_{\sigma}^2 + m_{\varphi}^2}}$
	<i>n</i>	$M_{\sigma} \pm m_{\sigma}$	<i>n</i>	$M_{\varphi} \pm m_{\varphi}$		
<i>I</i> <sub>1</sub>	131	7.4 ± 0.047	35	6.9 ± 0.095	0.5	4.7
<i>I</i> <sub>2</sub>	131	6.7 ± 0.042	38	6.3 ± 0.090	0.4	4.0
<i>C</i>	136	8.5 ± 0.050	43	7.8 ± 0.074	0.7	7.8
<i>P</i> <sub>1</sub>	132	9.8 ± 0.053	39	9.4 ± 0.089	0.4	3.9
<i>P</i> <sub>2</sub>	129	9.7 ± 0.055	40	9.2 ± 0.087	0.5	4.9
<i>M</i> <sub>1</sub>	130	11.8 ± 0.053	41	11.2 ± 0.077	0.6	6.4
<i>M</i> <sub>2</sub>	125	11.7 ± 0.062	39	10.9 ± 0.123	0.8	5.8
<i>M</i> <sub>3</sub>	96	11.2 ± 0.107	31	10.7 ± 0.122	0.5	3.1

TABLE 3

	♂		♀		$M_{\sigma} - M_{\varphi}$	$\frac{M_{\sigma} - M_{\varphi}}{\sqrt{m_{\sigma}^2 + m_{\varphi}^2}}$
	<i>n</i>	$M_{\sigma} \pm m_{\sigma}$	<i>n</i>	$M_{\varphi} \pm m_{\varphi}$		
<i>I</i> <sub>1</sub>	128	5.5 ± 0.043	37	5.4 ± 0.076	0.1	1.1
<i>I</i> <sub>2</sub>	133	6.2 ± 0.045	39	6.1 ± 0.090	0.1	1.0
<i>C</i>	139	7.2 ± 0.044	42	6.8 ± 0.080	0.4	4.4
<i>P</i> <sub>1</sub>	133	7.3 ± 0.045	42	7.1 ± 0.065	0.2	2.5
<i>P</i> <sub>2</sub>	131	7.3 ± 0.051	42	7.1 ± 0.083	0.2	2.0
<i>M</i> <sub>1</sub>	114	11.5 ± 0.060	36	11.2 ± 0.093	0.3	2.7
<i>M</i> <sub>2</sub>	132	10.9 ± 0.061	38	10.4 ± 0.123	0.5	3.6
<i>M</i> <sub>3</sub>	98	10.9 ± 0.075	28	10.7 ± 0.132	0.2	1.3

TABLE 4

	♂		♀		$M_{\sigma} - M_{\varphi}$	$\frac{M_{\sigma} - M_{\varphi}}{\sqrt{m_{\sigma}^2 + m_{\varphi}^2}}$
	<i>n</i>	$M_{\sigma} \pm m_{\sigma}$	<i>n</i>	$M_{\varphi} \pm m_{\varphi}$		
<i>I</i> <sub>1</sub>	130	5.9 ± 0.044	37	5.5 ± 0.080	0.4	4.4
<i>I</i> <sub>2</sub>	133	6.3 ± 0.043	39	6.0 ± 0.073	0.3	3.6
<i>C</i>	139	7.9 ± 0.043	42	7.2 ± 0.066	0.7	8.9
<i>P</i> <sub>1</sub>	132	8.2 ± 0.055	42	7.7 ± 0.061	0.5	6.1
<i>P</i> <sub>2</sub>	131	8.5 ± 0.049	42	8.2 ± 0.082	0.3	3.1
<i>M</i> <sub>1</sub>	117	11.0 ± 0.060	35	10.7 ± 0.096	0.3	2.7
<i>M</i> <sub>2</sub>	133	10.5 ± 0.057	38	10.2 ± 0.103	0.3	2.5
<i>M</i> <sub>3</sub>	99	10.4 ± 0.071	29	10.2 ± 0.111	0.2	1.5

From the data put down in the tables it appears that the mean dimensions of all the teeth in the males are greater than in the females. But the tables show clearly that the sexual differences not always are reliable, as the

value of the quotient  $\frac{M_{\sigma} - M_{\varphi}}{\sqrt{m_{\sigma}^2 + m_{\varphi}^2}}$  sometimes is less than 3.

The sexual differences in the mean figures are most considerable in the

thickness of the teeth. In all teeth of the upper jaw the sexual difference in the mean thickness is reliable, and the same holds good for the teeth of the lower jaw with the only exception of the molars. It should however be noted that the value of the quotient in the 1<sup>st</sup> and 2<sup>nd</sup> lower molars is only little smaller than 3.

Reliable differences in the breadth of the teeth are present in the medial upper incisors, in both upper and lower canine teeth and in both upper and lower 2<sup>nd</sup> molars.

With regard to each tooth separately it appears from the tables that the greatest sexual differences in the mean figures of both dimensions are shown by the canine teeth, the value of the quotient in these teeth being greatest of all.

Next to the canine teeth come the medial incisors and the 2<sup>nd</sup> molars, reliable sexual differences lacking in one table only. In the case of the medial incisors this result corresponds to the statements, made by other authors who found sexual differences in the dimensions of these teeth, the breadth of the lower medial incisors excepted.

In the case of the 2<sup>nd</sup> molars a reliable sexual difference is lacking in the thickness of the lower molar teeth. But we have already pointed out that the quotient bearing on the statistical reliability of this difference nearly attains the value 3. Consequently with regard to sexual differences of the means the second molars even rank before the medial incisors. This result does not agree with the statements of those authors who confine sexual differences to the incisors and canine teeth.

In contradiction to the same authors we found no reliable sexual difference in the mean breadth of the upper lateral incisors.

With regard to the premolar teeth sexual differences are present in the mean thickness of lower and upper teeth only.

In the 1<sup>st</sup> molars a reliable difference is present in the mean thickness of the upper teeth; in the 3 other tables the quotient bearing on statistical reliability very nearly attains the value 3.

In the 3<sup>rd</sup> molars only the thickness of the upper teeth shows a reliable sexual difference.

#### *Conclusions.*

1. The mean breadth and thickness of the teeth are in the males greater than in the females.
2. Sexual differences are most considerable in the mean thickness of the teeth, reliable differences lacking only in the 3 lower molars.
3. With regard to the mean breadth of the teeth reliable sexual differences are present in the upper medial incisors, both upper and lower canine teeth and upper and lower 2<sup>nd</sup> molars.
4. The canine teeth show the greatest sexual differences of all, in the breadth as well as in the thickness.

**Mathematics.** — *Abbildung der ungeordneten Punktepaare einer Ebene auf die Punkte eines vierdimensionalen Raumes.* Von G. SCHAAKE.  
(Communicated by Prof. JAN DE VRIES).

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

§ 1. Um eine Abbildung der Punktepaare  $(P, Q)$  einer Ebene  $\alpha$  auf die Punkte  $B'$  eines linearen vierdimensionalen Raumes  $R_4$  zu bekommen, nehmen wir in  $\alpha$  einen Punkt  $A$  an und denken wir uns eine kollineare Verwandtschaft zwischen dem  $\infty^4$ -Systeme  $\Sigma$  der  $A$  enthaltenden Kegelschnitte  $k^2$  von  $\alpha$  und dem der dreidimensionalen Räume  $R_3$  von  $R_4$ .

Zu den Kegelschnitten  $k^2$  von  $\Sigma$ , die durch einen gegebenen Punkt  $R$  von  $\alpha$  gehen, gehören die Räume  $R_3$  von  $R_4$ , die durch einen gegebenen Punkt  $R'$  dieses Raumes gehen. Diesen Punkt  $R'$  ordnen wir dem Punkte  $R$  zu.

So bekommen wir eine Abbildung des Ortes der Punkte  $R'$ , das ist eine in  $R_4$  liegende Fläche  $\omega'$ , auf die Ebene  $\alpha$ . Die räumlichen Durchschnitte von  $\omega'$  werden abgebildet auf die Kegelschnitte  $k^2$  von  $\alpha$ .

Die Abbildung besitzt in  $\alpha$  einen singulären Punkt, das ist  $A$ . Jeder räumliche Durchschnitt von  $\omega'$  enthält einen dem Punkte  $A$  zugeordneten Punkt  $R'$ . Die zu  $A$  gehörigen Punkte  $R'$  bilden also eine Gerade  $a'$  von  $\omega'$ .

Weil zwei Kegelschnitte  $k^2$  sich in drei von dem singulären Punkte  $A$  verschiedenen Punkten schneiden, haben zwei räumliche Durchschnitte von  $\omega'$  drei Punkte gemein, also wird diese Fläche von einer Ebene in drei Punkten geschnitten. Die Fläche  $\omega'$  ist also eine kubische Fläche  $\omega'^3$ . Ihre räumlichen Durchschnitte sind  $a'$  schneidende kubische Raumkurven  $k'^3$ , die auf die Kegelschnitte  $k^2$  abgebildet werden.

Eine durch  $A$  gehende Gerade  $b$  von  $\alpha$ , die einen Kegelschnitt  $k^2$  in einem für die Abbildung nicht singulären Punkt schneidet, ist das Bild einer Geraden  $b'$  von  $\omega'^3$ . Diese Fläche besteht also aus  $a'$  schneidenden Geraden  $b'$ , welche auf die Erzeugenden  $b$  des Strahlenbüschels  $(A, \alpha)$  abgebildet werden.

Die Geraden  $l$  von  $\alpha$  sind die Bilder  $\infty^2$  auf  $\omega'^3$  liegender Kegelschnitte  $l'^2$  welche  $a'$  nicht schneiden. Ein Kegelschnitt  $l'^2$  wird von allen Geraden  $b'$  geschnitten und bildet damit Kurven  $k'^3$ , ebenso wie eine Gerade  $b'$  mit allen Kegelschnitten  $l'^2$ .

§ 2. Die Durchschnitte von  $\omega'^3$  mit den dreidimensionalen Räumen, die einen gegebenen Punkt  $B'$  von  $R_4$  enthalten, werden abgebildet auf die Kegelschnitte  $k^2$  eines linearen Komplexes  $N$ , der in  $A$  einen Basispunkt hat. Ein solcher Komplex besteht aus den durch  $A$  gehenden

Kegelschnitten, die eine feste Gerade  $l$  in den Punktpaaren einer Involution  $I$  schneiden.

Der zu  $l$  gehörende Kegelschnitt  $l'^2$  wird also von den  $B'$  enthaltenden Räumen  $R_3$  geschnitten in den Punktpaaren der Involution  $I'$ , welche der Involution  $I$  zugeordnet ist. Das Zentrum von  $I'$  ist  $B'$ . Die Ebene  $\beta'$  von  $l'^2$  geht also durch  $B'$ ; es ist die einzige Ebene durch  $B'$ , die mit  $\omega'^3$  einen Kegelschnitt gemein hat und der Ort der durch  $B'$  gehenden Bisekanten von  $\omega'^3$ . Es gibt also zwei Tangenten  $p$  und  $q$  von  $\omega'^3$  durch  $B'$ , das sind die  $B'$  enthaltenden Tangenten von  $l'^2$ .

Weil eine Tangentialebene von  $\omega'^3$  durch  $B'$  eine Tangente durch  $B'$  enthalten muss, gibt es zwei Tangentialebenen von  $\omega'^3$ , die durch  $B'$  gehen, das sind die Tangentialebenen von  $\omega'^3$  in den Berührungs punkten von  $p$  und  $q^1$ ).

§ 3. Wir bekommen eine Abbildung der Punktpaare  $(P, Q)$  von  $a$  auf die Punkte  $B'$  von  $R_4$ , wenn wir jedem Punktpaar  $(P, Q)$  von  $a$  den Schnittpunkt  $B'$  der Tangentialebenen in den zu  $P$  und  $Q$  gehörenden Punkten  $P'$  und  $Q'$  von  $\omega'^3$  zuordnen. Aus § 2 sieht man, dass ein allgemeiner Punkt  $B'$  nur einem Punktpaar  $(P, Q)$  von  $a$  zugeordnet ist.

§ 4. Wir leiten nun erst einen im Folgenden anzuwendenden Satz ab. Dazu denken wir uns ein kontinuierliches System  $\sigma$  von  $\infty^1$  Kegelschnitten  $k^2$ . Sei  $\delta$  ein Element von  $\sigma$ , das aus zwei Geraden  $d_1$  und  $d_2$  zusammengesetzt ist. Auf einem allgemeinen Kegelschnitt  $k^2$  von  $\sigma$  denken wir uns zwei Punkte  $P$  und  $Q$ . Die Tangenten von  $k^2$  in  $P$  und  $Q$  schneiden sich in  $S$ . Wenn wir auf diesem Kegelschnitte  $k^2$  noch einen Punkt  $R$  annehmen, so sind  $RP$ ,  $RS$ ,  $RQ$  und die Tangente von  $k^2$  in  $R$  vier harmonische Strahlen.

Wir stellen uns nun vor, dass  $k^2$  das System  $\sigma$  kontinuierlich durchläuft und sich  $\delta$  nähert. Weiter denken wir uns, dass  $P, Q$  und  $R$  sich hierbei kontinuierlich ändern und dass  $P$  und  $Q$  sich zwei Punkten  $P_1$  und  $Q_1$  der einen Geraden  $d_1$  von  $\delta$  nähern, weil  $R$  einen Punkt  $R_1$  der anderen Geraden  $d_2$  von  $\delta$  zur Grenzlage hat. Wir finden nun, dass  $S$  eine Grenzlage  $S_1$  hat, welcher Punkt aus  $d_1$  geschnitten wird von der  $R_1$  enthaltenden Geraden, die von  $d_2$  harmonisch getrennt wird durch die beiden Geraden  $R_1P_1$  und  $R_1Q_1$ .

*Wenn  $k^2$  sich zu  $\delta$  naht, hat der Punkt  $S$  also seine Grenzlage in jenem Punkte von  $d_1$ , der von dem Doppelpunkte von  $\delta$  harmonisch getrennt wird durch die Punkte  $P_1$  und  $Q_1$ .*

§ 5. Der Bildpunkt  $B'$  eines Punktpaars  $(P, Q)$  von  $a$  ist der Pol der Geraden  $P'Q'$ , für den durch  $P'$  und  $Q'$  gehenden Kegelschnitt  $l'^2$  von

<sup>1)</sup> Projiziert man  $\omega'^3$  aus  $B'$  auf einen dreidimensionalen Raum von  $R_4$ , so ist die Projektion eine kubische Regelfläche. Die doppelte Leitgerade ist die Projektion von  $l'^2$ .

$\omega'^3$ . Wenn  $P'$  und  $Q'$  sich nähern zu zwei Punkten einer Gerade  $b'$  von  $\omega'^3$ , so nähert  $B'$  sich also dem Punkte, der von den Grenzlagen von  $P'$  und  $Q'$  harmonisch getrennt wird durch den Schnittpunkt von  $b'$  mit  $a'$ .

Wir finden nun:

Ein Punkt  $B'$  von  $\omega'^3$  ist ein singulärer Bildpunkt. Sei  $B$  der zu  $B'$  gehörende Punkt von  $a$ , so bilden die dem Punkte  $B'$  zugeordneten Punktepaare  $(P, Q)$  die Involution auf der Gerade  $AB$ , welche  $A$  und  $B$  zu Doppelpunkten hat.

Eine Gerade  $b'$  von  $\omega'^3$  ist also das Bild des  $\infty^2$ -Systemes der Punktepaare  $(P, Q)$  einer durch  $A$  gehenden Geraden  $b$  von  $a$ , indem die Fläche  $\omega'^3$  das  $\infty^3$ -System abbildet der Punktepaare, deren Träger durch  $A$  gehen.

Die Fläche  $\omega'^3$  ist im besonderen der geometrische Ort der Bildpunkte der Koinzidenzen  $(P, Q)$ .

Ein Punktpaar  $(P, Q)$ , wofür  $P$  in  $A$  fällt, wird abgebildet auf den Schnittpunkt von  $a'$  mit der durch  $Q'$  gehenden Erzeugenden von  $\omega'^3$ .

§ 6. Wenn  $P$  und  $Q$  in  $A$  zusammenfallen, so können  $P'$  und  $Q'$  in einem selben Punkte von  $a'$  angenommen werden. Der Bildpunkt von  $(P, Q)$  kann also zusammenfallen mit jedem Punkte der Berührungsfläche von  $\omega'^3$  im genannten Punkte von  $a'$ . Wenn wir umgekehrt von einem Punkte  $B'$  dieser Berührungsfläche ausgehen, so finden wir, dass  $P$  und  $Q$  in  $A$  zusammenfallen<sup>1)</sup>. So sehen wir:

Das Punktpaar  $(P, Q)$ , wofür  $P$  und  $Q$  in  $A$  zusammenfallen, ist ein singuläres Punktpaar dritten Ranges. Die Bildpunkte bilden den quadratischen Bikegel  $K$ , der  $\omega'^3$  aus  $a'$  projiziert.

Wenn wir einer in  $A$  fallenden Koinzidenz  $(P, Q)$  einen bestimmten Träger geben, so giebt es nur  $\infty^2$  Bildpunkte, die eine durch  $a'$  gehende Ebene bilden, nämlich die Ebene durch  $a'$  und die Gerade  $b'$ , die dem gegebenen Träger zugeordnet ist.

§ 7. Zu den Punktpaaren  $(P, Q)$  einer Involution  $I$ , welche die Gerade  $l$  von  $a$  zum Träger hat, gehören die Punktpaare  $(P', Q')$  einer Involution  $I'$  auf dem  $l$  zugeordneten Kegelschnitte  $l'^2$ . Die Involution  $I$  wird ersichtlich abgebildet auf die Achse von  $I'$ , das ist eine Gerade  $k$ , die  $\omega'^3$  zweimal schneidet.

Wenn wir umgekehrt ausgehen von einer  $\omega'^3$  zweimal schneidenden Geraden  $k$ , so giebt es eine  $k$  enthaltende Ebene, die mit  $\omega'^3$  einen Kegelschnitt  $l'^2$  gemein hat:  $k$  ist die Achse einer Involution  $I'$  auf  $l'^2$ , wozu eine Involution  $I$  auf einer Gerade  $l$  von  $a$  gehört.

Die Involutionen auf den Geraden von  $a$  werden abgebildet auf die Geraden  $k$  von  $R_4$ , die  $\omega'^3$  zweimal schneiden.

Die Bildgeraden der parabolischen Involutionen von  $a$  sind die Tangenten von  $\omega'^3$ .

<sup>1)</sup> Die Projektion von  $\omega'^3$  aus einem solchen Punkte  $B'$  auf einem dreidimensionalen Raum von  $R_4$  ist eine Cayleysche Regelfläche.

§ 8. Ein dreidimensionaler Raum  $R_3$  von  $R_4$  hat mit  $\omega'^3$  eine rationale Kurve  $k^3$  gemein, welcher gemäss § 1 ein Kegelschnitt  $k^2$  von  $a$  zugeordnet ist. Nun liegt jeder Punkt von  $R_3$  auf einer Bisekante von  $R_3$ ; gemäss § 7 ist also jedes Punktpaar, das auf einen Punkt von  $R_3$  abgebildet wird für den der Kurve  $k^3$  zugeordneten Kegelschnitt  $k^2$  konjugiert. Wir finden:

*Ein dreidimensionaler Raum  $R_3$  von  $R_4$  ist die Abbildung des  $\infty^3$ -Systemes der Punktpaare  $(P, Q)$ , die konjugiert sind für einen durch  $A$  gehenden Kegelschnitt  $k^2$ .*

Wenn  $k^2$  aus einer durch  $A$  gehenden Geraden und einer allgemeinen Geraden von  $a$  besteht, so ist  $R_3$  ein Raum durch eine Erzeugende  $b'$  von  $\omega'^3$ .

Wenn  $k^2$  aus zwei durch  $A$  gehenden Geraden besteht, so ist  $R_3$  ein Raum durch  $a'$ .

Dieser Raum wird ein Tangentialraum von  $\omega'^3$  längs einer Erzeugende  $b'$  oder was dasselbe ist, ein Tangentialraum von  $K$  längs der Ebene  $b'a'$ , wenn  $k^2$  aus zwei zusammenfallenden durch  $A$  gehenden Geraden besteht.

§ 9. Wir sahen in § 7, dass die Punktpaare einer Involution  $I$  auf einer Geraden  $l$  von  $a$  abgebildet werden auf die Punkte einer Bisekante  $k'$  der Fläche  $\omega'^3$ .

Ein anderes einfaches System  $\pi$  von  $\infty^1$  Punktpaaren besteht aus den Punktpaaren  $(P, Q)$ , wofür  $P$  in einem gegebenen Punkte von  $a$  liegt und  $Q$  zu einer gegebenen Geraden  $q$  von  $a$  gehört. Dieses System enthält ein Punktpaar, das für einen durch  $A$  gehenden Kegelschnitt konjugiert ist. Die Bildkurve hat demnach einen Punkt mit einem allgemeinen  $R_3$  gemein und ist also eine Bildgerade  $p'$ . Weil  $\pi$  ein Punktpaar mit einem durch  $A$  gehenden Träger enthält, hat  $p'$  einen Punkt mit  $\omega'^3$  gemein. Die Gerade  $p'$  liegt in der Berührungsfläche von  $\omega'^3$  in dem Punkte  $P'$ , der dem Punkte  $P$  zugeordnet ist. Sie berührt  $K$  also in einem Punkte von  $\omega'^3$  und zwar in jenem Punkte, der dem Punkte von  $a$ , der von  $A$  durch  $P$  und  $q$  harmonisch getrennt wird, zugeordnet ist.

*Ein System  $\pi$  wird abgebildet auf eine Gerade  $p'$ , die den Bikegel  $K$  in einem Punkte von  $\omega'^3$  berührt.*

Die Gerade  $p'$  ist der Ort der Schnittpunkte der Berührungsfläche von  $\omega'^3$  in  $P'$  mit den Berührungsflächen von  $\omega'^3$  in den Punkten des Kegelschnittes, der zu der Geraden  $q'$  gehört.

Wenn  $q$  durch  $A$  geht, gehört die Gerade  $p'$  zu dem Strahlenbündel, der liegt im Raum, welcher  $K$  berührt längs der durch  $P'$  gehenden Erzeugenden von  $\omega'^3$  und wovon der Schnittpunkt dieser Erzeugenden mit  $a'$  der Scheitel ist.

§ 10. Das  $\infty^2$ -System der Punktpaare einer Geraden  $l$  wird ersichtlich abgebildet auf eine Ebene  $K$ , die einen Kegelschnitt  $k'^2$  mit  $\omega'^3$  gemein hat.

*Das  $\infty^2$ -System der Punktpaare  $(P, Q)$  mit festem Punkte  $P$  wird abgebildet auf eine Berührungsfläche von  $\omega'^3$ .*

§ 11. Das  $\infty^3$ -System der Punktepaare  $(P, Q)$  von  $a$ , wofür  $P$  auf einer Geraden  $l$  von  $a$  liegt, wird abgebildet auf eine dreidimensionale Varietät  $V_3$ , die besteht aus den Berührungssebenen von  $\omega'^3$  in den Punkten des Kegelschnittes  $k'^2$ , die der Geraden  $l$  zugeordnet ist. Die Varietät  $V_3$  hat die Ebene  $\alpha$  von  $k'^2$  zur Doppelebene.

Die Ordnung von  $V_3$  ist ersichtlich gleich der Anzahl der Berührungssebenen einer kubischen Regelfläche eines Raumes  $R_3$ , die diese Fläche auf einem seiner Kegelschnitte berühren und durch einen gegebenen Punkt dieses Raumes gehen, das ist 3. Ein Raum durch  $\alpha$  hat mit  $V_3$  ausser dieser Doppelebene nog die Berührungsfläche gemein von  $\omega'^3$  in dem Punkte, worin dieser Raum  $\omega'^3$  berührt.

*Das System der Punktepaare  $(P, Q)$ , wofür  $P$  auf einer gegebenen Geraden von  $a$  liegt, wird abgebildet auf eine kubische Varietät  $V_3$ , die den Bikegel  $K$  in jedem Punkte von  $\omega'^3$  berührt.*

Wenn die gegebene Gerade durch  $A$  geht, wird das System abgebildet auf einen Berührungsraum des Bikegels  $K$ .

Das  $\infty^3$ -System der Punktepaare  $(P, Q)$ , deren Träger durch einen gegebenen Punkt  $P$  von  $a$  gehen, wird gebildet von den  $\infty^2$  Involutionen  $I$ , die einen Doppelpunkt in  $P$  haben.

Hieraus folgt:

*Das  $\infty^3$ -System der Punktepaare  $(P, Q)$ , deren Träger durch einen gegebenen Punkt  $P$  von  $a$  gehen, wird abgebildet auf den quadratischen Hyperkegel, der  $\omega'^3$  aus dem  $P$  zugeordneten Punkte  $P'$  projiziert.*

§ 12. Wir untersuchen nun das  $\infty^1$ -System der Punktepaare  $(P, Q)$ , das auf eine Gerade  $r$  von  $R_4$  abgebildet wird. Weil  $r$  drei Punkte mit einer Varietät  $V_3$  gemein hat, ist der Ort der Punktepaare  $(P, Q)$  eine kubische Kurve  $k^3$ . Das zu  $r$  gehörende System enthält zwei in  $A$  liegende Koinzidenzen  $(P, Q)$ , weil  $r$  den Bikegel  $K$  zweimal schneidet. Die Tangenten von  $k^3$  in  $A$  sind die Geraden, welche gehören zu den Erzeugenden von  $\omega'^3$  in den Ebenen von  $K$  durch die Schnittpunkte von  $r$  mit  $K$ .

Auch aus dem Umstande, dass ein Berührungsraum von  $K$  einen Punkt mit  $r$  gemein hat, folgt, dass eine durch  $A$  gehende Gerade von  $a$  die Kurve  $k^3$  ausserhalb  $A$  einmal schneidet.

Weil  $r$  einen projizierenden quadratischen Hyperkegel von  $\omega'^3$  zweimal schneidet, hüllen die Träger der Punktepaare des gefundenen  $\infty^1$ -Systems einen Kegelschnitt ein.

*Eine Gerade von  $R_4$  ist das Bild einer Involution auf einer Kurve  $k^3$  von  $a$  mit Doppelpunkt in  $A$ . Diese Involution ist diejenige, deren Koinzidenzen auf den beiden durch  $A$  gehenden Zweigen von  $k^3$  in  $A$  liegen.*

Wenn  $r$  den Bikegel  $K$  berührt, liegt  $r$  in einem Berührungsraume von  $K$ . Dieser Berührungsraum ist der Ort der Ebenen, die  $\omega'^3$  berühren in den Punkten der Erzeugenden von  $\omega'^3$ , die er mit dieser Fläche gemein hat. Hieraus folgt, dass sich dann von  $k^3$  eine durch  $A$  gehende Gerade absondert, auf welcher einer der beiden Punkte  $P$  und  $Q$  stets liegt. Der

restierende Kegelschnitt  $k^2$  berührt die genannte Gerade  $b$  in  $A$ . Die Gerade  $r$  ist das Bild des Systemes der Punktepaare  $(P, Q)$ , das bestimmt wird von einer ein-eindeutigen Verwandtschaft zwischen den Punkten  $P$  von  $k^2$  und den Punkten  $Q$  von  $b$ , in welcher  $A$  sich selbst zugeordnet ist und die Gerade  $PQ$   $b$  zur Grenzlage hat, wenn  $P$  und also auch  $Q$  sich  $A$  nähern.

Wenn  $r$  die Fläche  $\omega'^3$  in einem Punkte  $S'$  schneidet, wozu der Punkt  $S$  von  $a$  gehört, so sondert sich von dem  $r$  zugeordneten Systeme die Involution auf  $AS$  ab, die  $A$  und  $S$  zu Doppelpunkten hat. Die Gerade  $r$  ist dann das Bild der Involution auf einem Kegelschnitte durch  $A$  und  $S$ , die  $A$  und  $S$  zu Doppelpunkten hat. Das Zentrum dieser Involution ist der Punkt von  $a$ , der gehört zu dem isolierten Schnittpunkte von  $\omega'^3$  mit der Ebene durch  $r$  und die  $r$  schneidende Erzeugende von  $\omega'^3$ .

Eine Gerade  $r$ , die den Bikegel  $K$  auf  $\omega'^3$  berührt, liegt in einer Berührungsebene von  $\omega'^3$  und schneidet eine Varietät  $V_3^3$  in einem für die Abbildung nicht singulären Punkte. Eine derartige Gerade ist also das Bild eines  $\infty^1$ -Systemes von Punktepaaren  $(P, Q)$ , wofür  $P$  ein gegebener Punkt von  $a$  ist und die Punkte  $Q$  eine Gerade  $q$  von  $a$  bilden.

Betrachten wir zum Schluss eine  $a'$  schneidende Gerade  $r$ . Durch diese Gerade gehen zwei Berührungsräume des Bikegels  $K$ ; jeder dieser Räume enthält die Berührungsebenen von  $\omega'^3$  in den Punkten der Gerade, die er mit  $\omega'^3$  gemein hat. Wir finden, dass eine  $a'$  schneidende Gerade  $r$  das Bild ist einer ein-eindeutigen Verwandtschaft zwischen den Punktreihen zweier durch  $A$  gehenden Geraden von  $a$ , in welcher der Punkt  $A$  sich selbst zugeordnet ist, also einer perspektiven Verwandtschaft. (Das Zentrum dieser perspektiven Verwandtschaft ist der Punkt von  $a$ , der gehört zu dem isolierten Schnittpunkte von  $\omega'^3$  mit der Ebene durch  $r$  und die Erzeugende von  $\omega'^3$  durch den Schnittpunkt von  $a$  und  $r$ ).

**§ 13.** Eine Ebene  $\varphi$  von  $R_4$  liegt in den Räumen  $R_3$  eines Büschels. Diese Räume  $R_3$  schneiden  $\omega'^3$  in kubischen Kurven  $k'^3$ ; die diesen Kurven zugeordneten Kegelschnitte  $k^2$  bilden einen Büschel, der einen seiner Grundpunkte in  $A$  hat.

Die Punkte von  $\varphi$  sind die Bildpunkte der Punktepaare, die konjugiert sind für die Kegelschnitte dieses Büschels.

*Eine Ebene  $\varphi$  ist also die Abbildung einer quadratischen Involution erster Art, die eine ihrer vier Koinzidenzen in  $A$  hat.*

Die drei anderen Koinzidenzen gehören zu den Schnittpunkten von  $\varphi$  mit  $\omega'^3$ .

Wenn  $\varphi$  eine Erzeugende von  $\omega'^3$  enthält, so besteht  $\beta$  aus den Geradenpaaren  $(p, q)$ , die aus einer festen  $A$  enthaltenden Geraden  $p$  und einem Büschel  $Q$  von Geraden  $q$  bestehen. Dann ist  $\varphi$  die Bildebene einer involutorischen Kollineation. Die Achse dieser Kollineation ist die Gerade durch  $A$ , die der in  $\varphi$  liegenden Erzeugenden von  $\omega'^3$  zugeordnet ist. Das

Zentrum ist der Punkt von  $a$ , der zum isolierten Schnittpunkte von  $\varphi$  mit  $\omega'^3$  gehört<sup>1)</sup>.

Für eine  $a$  schneidende Ebene  $\varphi$  fallen zwei Koinzidenzen der zugehörigen quadratischen Punktinvolution in  $A$  zusammen. Der Büschel  $\beta$  besteht nun aus Kegelschnitten, die sich in  $A$  berühren.

Wenn  $\varphi$  die Gerade  $a$  enthält, so besteht  $\beta$  aus den Paaren einer Involution im Strahlenbüschel  $(A, a)$ . Sind  $p$  und  $q$  die Doppelstrahlen dieser Involution, so ist  $\varphi$  die Bildebene des  $\infty^2$ -Systemes der Punktpaare  $(P, Q)$ , für welche  $P$  zu  $p$  und  $Q$  zu  $q$  gehört.

§ 14. Wir geben nun noch die Abbildungen einiger einfachen involutorischen Punktpaarsysteme von  $a$ .

Nehmen wir zunächst eine Involution auf einem Kegelschnitte von  $a$ . Diese besitzt zwei Punktpaare, die für einen durch  $A$  gehenden Kegelschnitt konjugiert sind, ein Punktpaar, dessen Träger  $A$  enthält und zwei Koinzidenzen. Hieraus folgt:

*Eine Involution auf einem Kegelschnitte von  $a$  wird abgebildet auf einem Kegelschnitte, der den Bikegel  $K$  auf  $\omega'^3$  einmal berührt und  $\omega'^3$  ausserdem zweimal schneidet.*

Wenn ein Doppelpunkt in  $A$  liegt, so wird die Involution abgebildet auf eine  $\omega'^3$  schneidende Gerade.

Wir betrachten weiter eine in  $a$  liegende Kurve  $k$  ner Ordnung, die in  $A$  einen  $m$ -fachen Punkt hat. Hierzu gehört auf  $\omega'^3$  eine Kurve  $k'$   $(2n-m)$ er Ordnung, die  $a'm$ -mal trifft. Das System der Punktpaare,  $(P, Q)$  von  $a$ , wofür  $P$  und  $Q$  harmonisch getrennt werden durch zwei Punkte von  $k$ , wird abgebildet auf die Varietät der Bisekanten von  $k'$ .

So wird das  $\infty^3$ -System der Punktpaare, die für einen Kegelschnitt  $k^2$  konjugiert sind, abgebildet auf die kubische Varietät  $V^3$  der Bisekanten einer auf  $\omega'^3$  liegenden rationalen Kurve vierter Ordnung  $k'^4$ , die jede Erzeugende zweimal schneidet. Diese Varietät berührt den Bikegel  $K$  auf  $\omega'^3$  und hat  $k'^4$  zu Doppelkurve.

Eine quadratische Involution erster Art besteht immer aus den Punktpaaren, welche konjugiert sind für zwei Kegelschnitte, wovon einer durch  $A$  geht. Sie wird also abgebildet auf den Durchschnitt einer Varietät  $V^3$  mit einem dreidimensionalen Raum  $R'_3$ , das ist auf eine kubische Fläche, die den Bikegel  $K'$  in den Punkten einer auf  $\omega'^3$  liegenden kubischen Raumkurve berührt und vier Kegelpunkte besitzt.

Eine quadratische Involution zweiter Art besteht aus den Punktpaaren welche konjugiert sind für einen Kegelschnitt und ihre Träger durch einen gegebenen Punkt von  $a$  schicken. Sie wird also abgebildet auf den von  $\omega'^3$  verschiedenen Durchschnitt einer Varietät  $V^3$  mit dem quadratischen Hyperkegel, der  $\omega'^3$  aus dem zu  $P$  gehörigen Punkte  $P'$  projiziert, das ist

<sup>1)</sup> Von der quadratischen Involution, die zu einer allgemeinen Ebene „ $a$ “ gehört, hat sich nun das System der Punktpaare von  $p$  abgesondert, das abgebildet wird auf die in „ $a$ “ liegende Erzeugende von  $\omega'^3$ .

eine kubische Fläche, die mit  $\omega'^3$  eine rationale biquadratische Kurve gemein hat und  $K'$  in den Punkten einer Erzeugenden von  $\omega'^3$  berührt.

Eine involutorische Kollineation wird abgebildet auf einen quadratischen Kegel, der einen Kegelschnitt von  $\omega'^3$  aus einem Punkte dieser Fläche projiziert.

Schliesslich bemerken wir noch, dass das System der Punktpaare eines Kegelschnittes  $k^2$  abgebildet wird auf eine biquadratische Fläche, die den Bikegel  $K'$  in den Punkten eines Kegelschnittes  $l'^2$  von  $\omega'^3$  berührt und mit  $\omega'^3$  noch eine rationale biquadratische Kurve, die  $a'$  nicht schneidet, gemein hat. Wenn  $k^2$  durch  $A$  geht, so wird das System abgebildet auf eine kubische Fläche, die durch  $a'$  geht und aus  $\omega'^3$  eine kubische Raumkurve  $k'^3$  schneidet.

§ 15. Wir nennen die Gerade, welche die Berührungs punkte  $P'$  und  $Q'$  der beiden durch einen Punkt  $R'$  von  $R_4$  gehenden Berührungs ebene von  $\omega'^3$  verbindet, die Polare von  $R'$  für  $\omega'^3$ . Wenn  $R'$  eine Gerade erzeugt, so bilden die Punktpaare  $(P, Q)$  die Involution auf einer kubischen Kurve von  $a$  mit einem Doppelpunkte in  $A$ , dessen beide Koinzidenzen auf den beiden durch  $A$  gehenden Zweigen in  $A$  liegen. Hieraus folgt:

*Wenn  $R'$  eine Gerade erzeugt, so durchlaufen  $P'$  und  $Q'$  eine auf  $\omega'^3$  liegende rationale Kurve vierter Ordnung, die  $a'$  zweimal trifft, und die Polare  $P'Q'$  erzeugt eine kubische Regelschar, die  $a'$  enthält.*

**Mathematics.** — *Zur „Galoisschen“ Theorie der linearen Differentialgleichungen.* Erste Mitteilung. Von H. FREUDENTHAL. (Communicated by Prof. L. E. J. BROUWER).

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

In der PICARD-VESSIOTSchen Theorie der Auflösung gewöhnlicher homogener linearer Differentialgleichungen erscheinen mir als Mängel:

1. die Notwendigkeit der Verwendung nichtlinearer Resolventen, also das Verlassen des ursprünglich gegebenen Gleichungsbereiches,

2. die auch bei PICARD (*Traité d'Analyse III* (1905), 573—575) betonte „Nichtausführbarkeit“ der Aufstellung der GALOISSchen Gruppe einer gegebenen Differentialgleichung, die Schwierigkeit, die notwendigen Prozesse nicht in endlich vielen Schritten vollenden zu können,

3. die offenbar nicht im Wesen der Sache liegende Anwendung des Körperbegriffs auf den Bereich der zulässigen Funktionen.

Obendrein scheint mir durch die algebraischen Prozesse, die bei der Behandlung der nichtlinearen Resolventen nötig sind, möglicherweise ein Teil der algebraischen Beziehungen verschluckt zu werden.

Ich will nun einen Aufbau der Theorie mit modern algebraischen Mitteln vorschlagen, der die oben genannten Mängel vermeidet, dabei allerdings die PICARD-VESSIOTSche Theorie zunächst nur insoweit liefert, als sie sich auf lineare Zusammenhänge erstreckt. Die Homogenitätsforderung lasse ich dabei fallen, beschäftige mich aber konsequent nur mit linearen Gleichungen.

Ich gehe aus von einer reinlichen Scheidung zwischen dem Bereich der Funktionen, auf die die Differentialausdrücke angewandt werden dürfen, und dem Bereich der Funktionen, die als Koeffizienten in den Differentialausdrücken auftreten dürfen. Dann habe ich eine ABELSche Gruppe  $\mathfrak{g}$  (Bereich der operierten Funktionen) mit der Addition als Gruppenoperation zu untersuchen, die einen gewissen Operatorenbereich (Differentialausdrücke) gestattet. Der Operatorenbereich ist ein Ring und entsteht aus einem kommutativen Körper  $K$  durch Adjunktion einer Transzendenten  $D$ , die zu den Elementen von  $K$  in gewissen Vertauschungsbeziehungen steht. Die „Konstanten“, d.h. die Elemente von  $K$ , die mit  $D$  vertauschbar sind, bilden einen Unterkörper  $\Gamma$  von  $K$ . Die  $\mathfrak{g}$  und  $K$  haben gewissen Bedingungen zu genügen, die hier nicht im Einzelnen auseinandergesetzt werden sollen<sup>1)</sup>. Eine Differentialgleichung auflösen

<sup>1)</sup> Charakteristik von  $K$  verschieden von Zwei. Existenz unendlich vieler in Bezug auf  $\Gamma$  linear unabhängiger nichtkonstanter Elemente in  $K$ . Existenz der notwendigen Anzahl von Lösungen von Gleichungen in geeigneten Erweiterungen von  $\mathfrak{g}$ .

heisst dann: zu einem gegebenen Operator  $F$  und einem Element  $s$  aus  $\mathfrak{g}$  Elemente  $x_1, \dots, x_n$  in einer Erweiterung von  $\mathfrak{g}$  und unbestimmte Konstanten  $a_1, \dots, a_n$  in einer Erweiterung von  $K$  so zu finden, dass  $\Sigma a_i x_i$  bei Spezialisierung der  $a$  alle Elemente liefert, die von  $F$  in  $s$  übergeführt werden.

Der Begriff der *Reduzibilität* einer Gleichung ist dabei einer einschneidenden Abänderung zu unterwerfen. Wenn nämlich eine Differentialgleichung im FROBENIUSSEN Sinne reduzibel ist, so muss sie sich (auch bei PICARD-VESSIOT) nicht notwendig auf einfachere Gleichungen zurückführen lassen; ja, eine GALOISSCHE Gleichung ist sogar stets reduzibel, aber beim Aufsuchen der GALOISSCHEN Resolvente der Reduzierten kann man immer wieder auf die ursprüngliche Gleichung zurückfallen.

Ich schlage daher vor, eine Gleichung reduzibel zu nennen, wenn sie sich nach Adjunktion unbestimmter Konstanten zu  $K$  durch eine Gleichung niedriger Ordnung ersetzen lässt, deren Lösungsbereich bei Spezialisierung der Konstanten mit dem der gegebenen Gleichung zusammenfällt. Eine irreduzible Gleichung besitzt dann mindestens eine Lösung, die keiner Gleichung niedriger Ordnung genügt<sup>2)</sup>; diese allgemeine Lösung ist bei der Auffindung der „GALOISSCHEN Gruppe“ wichtig.

Nachdem man die Ausgangsgleichung unter Benutzung des ABELSchen Theorems in eine GALOISSCHE verwandelt hat, betrachtet man die *Operatorautomorphismen* des erweiterten  $\mathfrak{g}$  in Bezug auf das ursprüngliche  $\mathfrak{g}$ . Die Zuwächse, die die Elemente des erweiterten  $\mathfrak{g}$  durch sie erfahren, bilden ein hyperkomplexes System, den GALOISSCHEN Ring, der an die Stelle der GALOISSCHEN Gruppe tritt und nach Idealen (wie die GALOISSCHE Gruppe der algebraischen Gleichungen nach invarianten Untergruppen) abgebaut wird; gleichzeitig wird das erweiterte  $\mathfrak{g}$  nach zulässigen Untergruppen (wie ein algebraischer Körper nach Normalunterkörpern) aufgebaut.

Da die FROBENIUSSCHE Reduktion im natürlichen Rationalitätsbereich  $K$  nur endlich viele Schritte erfordert (siehe BEKE, FABRY, BENDIXSON) erfordert der neue Reduktionsbegriff dort a fortiori nur endlich viel Schritte (für den PICARD-VESSIOTSCHEN ist diese Frage wegen des Rückgriffs auf Gleichungen höheren Grades unentschieden). Alle übrigen Prozesse sind ebenfalls in endlich vielen Schritten zu vollziehen.

Dem Mangel, dass die Theorie nur lineare Beziehungen berücksichtigt, werde ich in einer weiteren Mitteilung abzuholen suchen.

---

<sup>2)</sup> Dieser Satz ist keineswegs trivial.

**Mathematics.** *Ueber die ordinäre Nullstellenverteilung eines Produktes von WEIERSTRASS'schen  $\sigma$ -Funktionen.* Von J. POPKEN. (Communicated by Prof. J. G. VAN DER CORPUT).

(Communicated at the meeting of 31 October, 1931).

Es sei  $F(z)$  eine ganze Funktion mit den nach steigenden Absolutwerten geordneten Nullstellen  $\varrho_1, \varrho_2, \dots$ ;  $k$ -fache Nullstellen werden  $k$ -fach aufgeschrieben.

Bekanntlich heisst eine reelle Zahl  $\tau$  mit der Eigenschaft, dass für jedes positive  $\varepsilon$  die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} |\varrho_n|^{-\tau-\varepsilon}$$

konvergiert, und die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} |\varrho_n|^{-\tau+\varepsilon}$$

divergiert, die reelle Ordnung dieser Funktion  $F(z)$ .

Nach Herrn BOREL nennt man die Verteilung der Nullstellen von  $F(z)$  ordinär, falls jedem positiven  $\varepsilon$  eine Zahl  $n_0$  zugeordnet werden kann mit folgender Eigenschaft: Bezeichnet  $k_n$  die Multiplizität der Nullstelle  $\varrho_n$ , so gilt für jedes  $n \geq n_0$  die Ungleichung

$$|F^{(k_n)}(\varrho_n)| > e^{-|\varrho_n|^{\tau+\varepsilon-1}} \quad \dots \quad (1)$$

Bequemlichkeitshalber nenne ich die  $k$ -fachen Nullstellen, wo  $k$  irgend eine beliebig, aber fest gewählte natürliche Zahl bezeichnet, ordinär verteilt, wenn jedem positiven  $\varepsilon$  eine (von  $\varepsilon$  und  $k$  abhängige) Zahl  $n_0$  zugeordnet werden kann, derart dass für jede Nullstelle  $\varrho_n$  mit Multiplizität  $= k$ , und mit  $n \geq n_0$  die Ungleichung

$$|F^{(k)}(\varrho_n)| > e^{-|\varrho_n|^{\tau+\varepsilon}} \quad \dots \quad (2)$$

gilt.

Es sei  $\sigma(z/\omega, \omega')$  die WEIERSTRASSsche  $\sigma$ -Funktion und es seien  $2n$  Zahlen  $\omega_1, \omega_1, \dots, \omega_n, \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_n$  derart gewählt, dass keine der Grössen  $\frac{\omega'_v}{\omega_v}$  ( $v = 1, 2, \dots, n; n \geq 1$ ) reell ist.

---

<sup>1)</sup> E. BOREL. Contribution à l' étude des fonctions méromorphes, Ann. de l' éc. norm. sup., t. 18 (1901), p. 221.

Man kann jetzt fragen, unter welchen Bedingungen die Nullstellen der Funktion

$$F(z) = \sigma(z/\omega_1, \omega'_1) \sigma(z/\omega_2, \omega'_2) \dots \sigma(z/\omega_n, \omega'_n) \dots \quad (3)$$

ordinär verteilt sind.

Ich beantworte diese Frage im folgenden Satz.

**Satz 1<sup>1)</sup>.** Die  $k$ -fachen Nullstellen ( $k \leq n$ ) der Funktion  $F(z)$  in (3) sind dann und nur dann ordinär verteilt, wenn eine nur von der positiven Zahl  $\varepsilon$  und den Zahlen  $\omega_v, \omega'_v$ , ( $v = 1, 2, \dots, n$ ) abhängige positive Zahl  $C$  angegeben werden kann mit folgender Eigenschaft:

Für jedes System  $(l) = (l_1, l_2, \dots, l_k)$  von  $k$  verschiedenen natürlichen Zahlen  $\leq n$ , und für jedes System  $(a_1, a_2, \dots, a_n, a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$  von  $2n$  ganzen rationalen Zahlen, die so gewählt werden, dass

$$a_{l_1} \omega_{l_1} + a_{l_2} \omega_{l_2} + a'_{l_1} \omega'_{l_1} + a'_{l_2} \omega'_{l_2} = 0 \quad (\kappa = 2, 3, \dots, k) \dots \quad (4)$$

ist, und ausserdem für jedes Paar von ganzen rationalen Zahlen  $x$  und  $x'$   $a_{l_1} \omega_{l_1} + a'_{l_1} \omega'_{l_1} + x \omega_v + x' \omega'_{v'} \neq 0 \quad (1 \leq v \leq n, v \neq l_\kappa \quad (\kappa = 1, 2, \dots, k)) \quad (5)$

ist, gilt die Ungleichung

$$|P_{(l)}| > C e^{-A^{2+\varepsilon}}, \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (6)$$

wo

$$A = \max_{v=1, 2, \dots, n} (|a_v|, |a'_v|) \dots \dots \dots \dots \dots \quad (7)$$

und

$$P_{(l)} = \prod_{\substack{1 \leq v \leq n \\ v \neq l_\kappa \quad (\kappa = 1, 2, \dots, k)}} (a_{l_1} \omega_{l_1} + a_v \omega_v + a'_{l_1} \omega'_{l_1} + a'_{v'} \omega'_{v'}) \dots \quad (8)$$

gesetzt ist.

Ich werde zeigen, dass die nachstehenden Folgerungen 1—5 aus Satz 1 folgen.

**Folgerung 1.** Die  $n$ -fachen Nullstellen der Funktion  $F(z)$  in (3) sind ordinär verteilt.

**Vorbemerkung.** Im Fall mit  $n=1$  folgt hieraus, dass die Nullstellen der  $\sigma$ -Funktion ordinär verteilt sind (BOREL<sup>2)</sup>). Für den Fall mit  $n=2$  ist diese Folgerung von Herrn STÖRMER bewiesen worden<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Eine leere Summe wird hier gleich 0 und ein leeres Produkt gleich 1 gesetzt.

<sup>2)</sup> E. BOREL, loc. cit., pag. 221.

<sup>3)</sup> C. STÖRMER, Quelques propriétés arithmétiques des intégrales elliptiques etc., Acta Mathematica 27 (1903), pag. 204.

*Beweis von Folgerung 1.* Ich wende den vorangehenden Satz mit  $k=n$  an. Das System ( $l$ ) besteht dann aus den  $n$  Zahlen  $1, 2, \dots, n$ ; daher ist für jede mögliche Wahl der Zahlen  $a_v, a'_v (v=1, 2, \dots, n)$  das Produkt in der rechten Seite von (8) leer, also nach Definition gleich 1, sodass (6) für jedes  $C < 1$  gültig ist. Hieraus folgt, dass die  $n$ -fachen Nullstellen von  $F(z)$  ordinär verteilt sind.

**Folgerung 2.** Die einfachen Nullstellen der Funktion  $F(z)$  in (3) sind dann und nur dann ordinär verteilt, wenn jedem positiven  $\epsilon$  eine nur von  $\epsilon$  und den Zahlen  $\omega_v, \omega'_v (v=1, 2, \dots, n)$  abhängige positive Zahl  $C_1$  zugeordnet werden kann mit folgender Eigenschaft:

Für jede natürliche Zahl  $l \leq n$ , und für jedes System  $(a_1, a_2, \dots, a_n, a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$  von  $2n$  ganzen rationalen Zahlen, die so gewählt werden, dass für jedes Paar von ganzen rationalen Zahlen  $x$  und  $x'$

$$a_l \omega_l + a'_l \omega'_l + x\omega_v + x'\omega'_v \neq 0 \quad (1 \leq v \leq n, v \neq l)$$

ist, gilt die Ungleichung

$$|P_l| > C_1 e^{-A^2 + \epsilon},$$

wo  $A$  durch (7) gegeben ist, und

$$P_l = \prod_{\substack{1 \leq v \leq n \\ v \neq l}} (a_l \omega_l + a_v \omega_v + a'_l \omega'_l + a'_v \omega'_v)$$

ist.

*Beweis.* Ich wende Satz 1 mit  $k=1$  und  $(l)=l$  an. Für jede Wahl der Zahlen  $a_1, a_2, \dots, a_n, a'_1, \dots, a'_n$  gilt dann (4), da die linke Seite von (4) eine leere Summe ist. Folgerung 2 geht jetzt unmittelbar aus Satz 1 hervor.

**Folgerung 3.** Es sei keine der beiden Zahlen  $\frac{\omega'_1}{\omega_1}$  und  $\frac{\omega'_2}{\omega_2}$  reell. Die Nullstellen der Funktion

$$F(z) = \sigma(z/\omega_1, \omega'_1) \cdot \sigma(z/\omega_2, \omega'_2) \dots \quad (9)$$

sind dann und nur dann ordinär verteilt, wenn jedem positiven  $\epsilon$  eine nur von  $\epsilon$  und den Zahlen  $\omega_1, \omega_2, \omega'_1, \omega'_2$  abhängige positive Zahl  $C_2$  zugeordnet werden kann mit folgender Eigenschaft:

Für jedes System  $(a_1, a_2, a'_1, a'_2)$  von ganzen rationalen Zahlen, die so gewählt werden, dass für jedes Paar von ganzen rationalen Zahlen  $x$  und  $x'$

$$\left. \begin{array}{l} a_1 \omega_1 + a'_1 \omega'_1 + x\omega_2 + x'\omega'_2 \neq 0 \\ a_2 \omega_2 + a'_2 \omega'_2 + x\omega_1 + x'\omega'_1 \neq 0 \end{array} \right\} \dots \quad (10)$$

ist, gilt die Ungleichung

$$|a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + a'_1 \omega'_1 + a'_2 \omega'_2| > C_2 e^{-A^2+\epsilon}, \dots \quad (11)$$

wo

$$A = \max(|a_1|, |a_2|, |a'_1|, |a'_2|) \dots \quad (12)$$

ist.

*Beweis.* Diese Folgerung geht unmittelbar aus den Folgerungen 1 und 2 mit  $n=2$  hervor.

**Folgerung 4.** Es werde vorausgesetzt, dass die Zahlen

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \alpha \quad \text{und} \quad \frac{\omega'_2}{\omega'_1} = \alpha'$$

reell sind, dass aber  $\frac{\omega'_1}{\omega_1}$  und  $\frac{\omega'_2}{\omega_2}$  nicht reell sind.

Ist  $\alpha$  irrational, so gelte ausserdem für jedes Paar von ganzen rationalen Zahlen  $(n_1, n_2) \neq (0, 0)$  die Ungleichung

$$|n_1 + n_2 \alpha| > e^{-\lambda N^n}, \dots \quad (13)$$

bei geeignet gewähltem, nur von  $\alpha$  abhängigem, positivem  $\lambda$  und mit

$$N = \max(|n_1|, |n_2|) \dots \quad (14)$$

Ist  $\alpha'$  irrational, so gelte entsprechend ausserdem

$$|n_1 + n_2 \alpha'| > e^{-\lambda' N^n}, \dots \quad (15)$$

bei geeignet gewähltem, nur von  $\alpha'$  abhängigem, positivem  $\lambda'$ .

Unter diesen Voraussetzungen sind die Nullstellen der Funktion

$$F(z) = \sigma(z/\omega_1, \omega'_1) \cdot \sigma(z/\omega_2, \omega'_2)$$

ordinär verteilt<sup>1)</sup>.

*Vorbemerkung.* Insbesondere ist also die Nullstellenverteilung des Produktes

$$F(z) = \sigma(z/\omega_1, \omega'_1) \cdot \sigma(z/\omega_2, \omega'_2)$$

ordinär, wenn  $\frac{\omega_2}{\omega_1}$  und  $\frac{\omega'_2}{\omega'_1}$  rationale Zahlen,  $\frac{\omega'_1}{\omega_1}$  und  $\frac{\omega'_2}{\omega_2}$  nicht-reelle Zahlen sind.

<sup>1)</sup> Herr C. STÖRMER (loc. cit., pag. 205) bewies schon, dass die Nullstellen dieser Funktion ordinär verteilt sind, falls die beiden Zahlen  $\alpha$  und  $\alpha'$  rational sind oder falls eine derselben, etwa  $\alpha'$ , rational ist und die andere  $\alpha$  der Ungleichung (13) genügt.

Dieses Resultat ist ein sehr spezieller Fall des am Schluss dieser Arbeit behandelten Beispieles.

*Beweis.* Die Zahlen  $\bar{c}_1, \bar{c}_2, \dots, \bar{c}_8$  seien in diesem Beweis geeignet gewählte positive Größen, die nur von  $\omega_1, \omega_2, \omega'_1, \omega'_2$  abhängen.

Es bezeichnen  $a_1, a_2, a'_1, a'_2$  ganze rationale Zahlen, die derart gewählt werden, dass die Beziehungen (10) von Folgerung 3 gelten; es werde

$$A = \text{Max}(|a_1|, |a_2|, |a'_1|, |a'_2|). \quad \dots \quad (16)$$

gesetzt.

Ist  $\alpha$  rational, so ist

$$a_1 + a_2 \alpha = 0 \quad \text{oder} \quad |a_1 + a_2 \alpha| > \bar{c}_1;$$

ist  $\alpha$  irrational, während  $a_1$  und  $a_2$  nicht gleichzeitig verschwinden, so folgt aus (13) mit  $n_1 = a_1$ ,  $n_2 = a_2$  und  $N = \text{Max}(|a_1|, |a_2|)$ , d. h. wegen (16)  $N \leq A$ :

$$|a_1 + a_2 \alpha| > e^{-\lambda A^2}.$$

Folglich ist

$$a_1 + a_2 \alpha = 0 \quad \text{oder} \quad |a_1 + a_2 \alpha| > \bar{c}_1 e^{-\lambda A^2}. \quad \dots \quad (17)$$

Ebenso gilt

$$a'_1 + a'_2 \alpha' = 0 \quad \text{oder} \quad |a'_1 + a'_2 \alpha'| > \bar{c}_2 e^{-\lambda' A^2}. \quad \dots \quad (18)$$

Es ist

$$a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + a'_1 \omega'_1 + a'_2 \omega'_2 = \omega_1 (a_1 + a_2 \alpha) + \omega'_1 (a'_1 + a'_2 \alpha'), \quad (19)$$

also

$$a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + a'_1 \omega'_1 + a'_2 \omega'_2 = \omega'_1 \left\{ \frac{\omega_1}{\omega'_1} (a_1 + a_2 \alpha) + a'_1 + a'_2 \alpha' \right\}. \quad (20)$$

Wird

$$\frac{\omega_1}{\omega'_1} = p + iq$$

gesetzt, wo die Zahlen  $p$  und  $q$  reell sind, so ist nach Voraussetzung  $q \neq 0$  und weiter

$$\frac{\omega_1}{\omega'_1} (a_1 + a_2 \alpha) + a'_1 + a'_2 \alpha' = p a_1 + p a_2 \alpha + a'_1 + a'_2 \alpha' + i q (a_1 + a_2 \alpha).$$

Da die Zahlen  $\alpha$  und  $\alpha'$  reell sind, folgt also aus (20)

$$|a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + a'_1 \omega'_1 + a'_2 \omega'_2| \geq |\omega'_1| |q (a_1 + a_2 \alpha)| = \bar{c}_3 |a_1 + a_2 \alpha|.$$

Wird

$$\frac{\omega'_1}{\omega_1} = p' + iq'$$

gesetzt, so folgt analog aus (19), dass

$$|a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + a'_1 \omega'_1 + a'_2 \omega'_2| \geq \omega_1 |q'(a'_1 + a'_2 \alpha')| = \bar{c}_4 |a'_1 + a'_2 \alpha'|.$$

ist.

Folglich gilt

$$|a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + a'_1 \omega'_1 + a'_2 \omega'_2| > \bar{c}_5 \operatorname{Max}(|a_1 + a_2 \alpha|, |a'_1 + a'_2 \alpha'|). \quad (21)$$

Aus der ersten Beziehung von (10) mit  $x = a_2$  und  $x' = a'_2$  folgt

$$a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + a'_1 \omega'_1 + a'_2 \omega'_2 \neq 0,$$

wegen (19) können die Zahlen  $a_1 + a_2 \alpha$  und  $a'_1 + a'_2 \alpha'$  also nicht gleichzeitig verschwinden. Aus (17) und (18) folgt somit

$$\operatorname{Max}(|a_1 + a_2 \alpha|, |a'_1 + a'_2 \alpha'|) > \bar{c}_6 e^{-\bar{c}_7 A^2},$$

mit  $\bar{c}_7 = \operatorname{Max}(\lambda, \lambda')$ , wegen (21) ist also

$$|a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + a'_1 \omega'_1 + a'_2 \omega'_2| > \bar{c}_8 e^{-\bar{c}_7 A^2} \dots \quad (22)$$

Ist  $\varepsilon > 0$ , dann gibt es eine, nur von  $\varepsilon, \omega_1, \omega_2, \omega'_1$  und  $\omega'_2$  abhängige, positive Zahl  $C_5$ , derart dass

$$\bar{c}_8 e^{-\bar{c}_7 A^2} > C_5 e^{-A^2 + \varepsilon}$$

ist. Die Ungleichung (22) geht also über in

$$|a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + a'_1 \omega'_1 + a'_2 \omega'_2| > C_5 e^{-A^2 + \varepsilon} \dots \quad (23)$$

Wendet man jetzt Folgerung 3 an, so ist die Beziehung (11) mit  $C_5$  statt  $C_2$  wegen (23) erfüllt. Die Anwendung ergibt also, dass die Nullstellen von  $F(z)$  ordinär verteilt sind.

Hiermit ist Folgerung 4 bewiesen.

**Folgerung 5.** Herr STÖRMER<sup>1)</sup> behauptet, dass die Verteilung der Nullstellen des Produktes

$$F(z) = \sigma(z/\omega_1, \omega'_1) \cdot \sigma(z/\omega_2, \omega'_2) \dots \quad (24)$$

ordinär ist, falls  $\frac{\omega'_1}{\omega_1}$  und  $\frac{\omega'_2}{\omega_2}$  nicht-reelle Zahlen,  $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \alpha$  und  $\frac{\omega'_2}{\omega'_1} = \alpha'$  reelle irrationale Zahlen sind, derart dass für jedes Paar von ganzen rationalen Zahlen  $n_1$  und  $n_2$ , die nicht beide verschwinden, allein in bezug auf  $\alpha$  eine Ungleichung der Form (13) gilt, wo  $N = \operatorname{Max}(|n_1|, |n_2|)$  ist, und wo  $\lambda$  eine geeignet gewählte nur von  $\alpha$  abhängige Zahl bezeichnet.

Ich werde zeigen, dass diese STÖRMERSche Behauptung falsch ist.

<sup>1)</sup> C. STÖRMER, loc. cit., pag. 205 (Fall C).

*Beweis.* Ich nehme an, dass die obige STÖRMERSche Behauptung richtig ist, sodass die Verteilung der Nullstellen von (24) ordinär ist.

Nach der Voraussetzung ist  $\frac{\omega_1}{\omega'_1}$  nicht reell; da  $\frac{\omega_2}{\omega_1}$  reell  $\neq 0$  vorausgesetzt ist, ist ebensowenig

$$\frac{\omega_2}{\omega'_1} = \frac{\omega_1}{\omega'_1} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

reell.

Bezeichnen  $a'_1$ ,  $x$  und  $x'$  ganze rationale Zahlen mit

$$x \frac{\omega_2}{\omega'_1} + a'_1 + x' a' = 0,$$

dann ist

$$x = 0,$$

da  $a'_1 + x' a'$  reell ist und  $\frac{\omega_2}{\omega'_1}$  nicht, also

$$a'_1 + x' a' = 0,$$

somit wegen der Irrationalität von  $a'$

$$a'_1 = 0.$$

Bezeichnen deshalb  $a'_1$ ,  $x$  und  $x'$  ganze rationale Zahlen mit  $a'_1 \neq 0$ , so gilt

$$x \frac{\omega_2}{\omega'_1} + a'_1 + x' a' \neq 0,$$

folglich wegen  $a' = \frac{\omega'_2}{\omega'_1}$

$$a'_1 \omega'_1 + x \omega_2 + x' \omega'_2 \neq 0 . . . . . \quad (25)$$

Ebenso beweist man für ganze rationale Zahlen  $a'_2$ ,  $x$  und  $x'$  mit  $a'_2 \neq 0$

$$x \frac{\omega_1}{\omega'_1} + x' + a'_2 a' \neq 0,$$

also

$$a'_2 \omega'_2 + x \omega_1 + x' \omega'_1 \neq 0 . . . . . \quad (26)$$

Aus (25) und (26) folgen für jedes System von ganzen rationalen  $a'_1, a'_2, x$  und  $x'$  mit  $a'_1 \neq 0$  und  $a'_2 \neq 0$  die Ungleichungen

$$a_1 \omega_1 + a'_1 \omega'_1 + x \omega_2 + x' \omega'_2 \neq 0$$

und

$$a_2 \omega_2 + a'_2 \omega'_2 + x \omega_1 + x' \omega'_1 \neq 0,$$

wo  $a_1$  und  $a_2$  Null bezeichnen.

Da  $F(z)$  eine ordinäre Nullstellenverteilung besitzt, ist somit nach Folgerung 3. angewendet mit  $a_1 = a_2 = 0$ , für jedes positive  $\varepsilon$

$$|a'_1 \omega'_1 + a'_2 \omega'_2| > C_3 e^{-A^{2+\varepsilon}}, \quad \dots \quad (27)$$

bei geeignet gewähltem, nur von  $\varepsilon, \omega_1, \omega_2, \omega'_1, \omega'_2$  abhängigem, positivem  $C_3$  und mit

$$A = \text{Max}(|a'_1|, |a'_2|).$$

Aus (27) folgt, wegen  $\frac{\omega'_2}{\omega'_1} = a'$ , für jedes ganze rationale  $a'_1 \neq 0$  und für jedes ganze rationale  $a'_2 \neq 0$

$$|a'_1 + a'_2 a'| > \frac{C_3}{|\omega'_1|} e^{-A^{2+\varepsilon}}$$

Es ist aber bekanntlich möglich, eine irrationale Zahl  $a'$  zu bestimmen, die diese Eigenschaft nicht besitzt.

Hiermit ist bewiesen, dass die genannte STÖRMERSche Behauptung zu einem Widerspruch führt.

**Beweis von Satz 1. Erster Schritt.** In der Folge ist fortwährend  $v$  eine natürliche Zahl  $\leq n$ ; die Zahlen  $c_1, c_2, \dots, c_{16}$  sind geeignet gewählte, nur von den Zahlen  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_n$  abhängige, positive Größen.

Wird

$$\sigma_v(z) = \sigma(z/\omega_v, \omega'_v)$$

gesetzt, so ist nach (3)

$$F(z) = \prod_{v=1}^n \sigma_v(z). \quad \dots \quad (28)$$

Die Nullstellen von  $\sigma_v(z)$  sind bestimmt durch

$$w_v = m_v \omega_v + m'_v \omega'_v, \quad \dots \quad (29)$$

wo  $m_v$  und  $m'_v$  ganze rationale Zahlen sind; ich setze

$$M_v = \text{Max}(|m_v|, |m'_v|). \quad \dots \quad (30)$$

Aus (29) folgt bekanntlich

$$\sigma_v(z + w_v) = \pm e^{y_v \left( z + \frac{w_v}{2} \right)} \sigma_v(z), \quad \dots \quad (31)$$

mit

$$y_v = m_v \eta_v + m'_v \eta'_v, \quad \dots \quad (32)$$

wo  $\eta_v$  und  $\eta'_v$  nur von  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_n$  abhängige Zahlen sind.

Nach (31) ist

$$\sigma_v(w_v) = \pm e^{\frac{y_v w_v}{2}} \sigma_v(0) = \pm e^{\frac{y_v w_v}{2}} \dots \dots \quad (33)$$

Aus (29) und (30) folgt

$$|w_v| \leq c_1 M_v \dots \dots \dots \quad (34)$$

Wird

$$\frac{\omega_v}{\omega'_v} = p_v + iq_v$$

gesetzt, so ist die nur von  $\omega_v$  und  $\omega'_v$  abhängige Zahl  $q_v \neq 0$ ; deshalb folgt aus (29)

$$\begin{aligned} |w_v| &= |\omega'_v| |m_v \frac{\omega_v}{\omega'_v} + m'_v| = |\omega'_v| |p_v m_v + m'_v + iq_v m_v| \\ &\equiv |\omega'_v| |q_v m_v| \leq c_2 |m_v|. \end{aligned}$$

Ebenso beweist man

$$|w_v| \leq c_3 |m'_v|,$$

sodass, mit Rücksicht auf (30)

$$M_v \leq c_4 |w_v| \dots \dots \dots \quad (35)$$

gilt. Wegen (32) ist also

$$|y_v| \leq c_5 M_v \leq c_6 |w_v|. \dots \dots \dots \quad (36)$$

Ist  $\varrho$  eine  $k$ -fache Nullstelle der Funktion  $F(z)$  ( $1 \leq k \leq n$ ), dann gibt es wegen (28), da  $\sigma_v(z)$  nur einfache Nullstellen besitzt, genau  $k$  verschiedene Zahlen  $l_1, l_2, \dots, l_k$  mit

$$\sigma_v(\varrho) \left\{ \begin{array}{ll} = 0 & , \text{ für } v = l_x \quad (x = 1, 2, \dots, k), \\ \neq 0 & , \text{ für } v \neq l_x \quad (x = 1, 2, \dots, k). \end{array} \right. \dots \dots \quad (37)$$

Ich bestimme die ganzen rationalen Zahlen  $\bar{m}_v$  und  $\bar{m}'_v$  ( $v = 1, 2, \dots, n$ ), so dass

$$\delta_v = \varrho - \bar{m}_v \omega_v - \bar{m}'_v \omega'_v \dots \dots \dots \quad (38)$$

innerhalb oder auf dem Rande des Parallelogrammes mit den Eckpunkten  $\pm \frac{\omega_v}{2}, \pm \frac{\omega'_v}{2}$  liegt, und dass  $|\delta_v|$  möglichst klein ist<sup>1)</sup>. Ausserdem setze ich

$$\bar{M}_v = \operatorname{Max}(|\bar{m}_v|, |\bar{m}'_v|),$$

$$\bar{w}_v = \bar{m}_v \omega_v + \bar{m}'_v \omega'_v$$

und

$$\bar{y}_v = \bar{m}_v \eta_v + \bar{m}'_v \eta'_v.$$

<sup>1)</sup> Die Zahlen  $\bar{m}_v$  und  $\bar{m}'_v$  sind beide eindeutig bestimmt, wenn  $\delta_v$  im Innern des genannten Parallelogrammes, aber nicht, wenn  $\delta_v$  auf dem Rande desselben liegt.

Hieraus folgt sofort

$$|\delta_v| < c_7 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (39)$$

Ist  $\varrho \neq 0$ , so ist  $|\varrho| > c_8$ ; aus (38) und (39) folgt dann deshalb

$$|\bar{w}_v| < c_9 |\varrho| \quad , \quad \text{für } \varrho \neq 0, \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (40)$$

also wegen (36)

$$|\bar{y}_v| < c_{10} |\varrho| \quad , \quad \text{für } \varrho \neq 0. \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (41)$$

Ist  $\bar{M}_v \neq 0$ , so ist  $\bar{w}_v \neq 0$ , so dass nach (38) und (39)

$$|\varrho| < c_{11} |\bar{w}_v|$$

ist; mit Rücksicht auf (34) ergibt sich also

$$|\varrho| < c_{12} \bar{M}_v \quad , \quad \text{für } \bar{M}_v \neq 0 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (42)$$

Aus (28) und (37) geht hervor

$$F^{(k)}(\varrho) = k! \prod_{\nu=1}^k \sigma'_{l_\nu}(\varrho) \prod_{1 \leq \nu \leq n} \sigma_\nu(\varrho), \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (43)$$

wo mit  $\prod_{1 \leq \nu \leq n}$  gemeint wird, dass das Produkt über alle Zahlen  $\nu$

mit Ausnahme der Zahlen  $l_\nu$  ( $\nu = 1, 2, \dots, k$ ) erstreckt wird.

Wegen (38) und (37) gilt

$$\varrho = \bar{w}_v + \delta_v \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (44)$$

und

$$\delta_v \begin{cases} = 0 & , \quad \text{für } \nu = l_\nu (\nu = 1, 2, \dots, k), \\ \neq 0 & , \quad \text{für } \nu \neq l_\nu (\nu = 1, 2, \dots, k), \end{cases} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (45)$$

also

$$\bar{w}_{l_\nu} = \varrho \quad (\nu = 1, 2, \dots, k). \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (46)$$

Aus (43), (46) und (44) folgt

$$F^{(k)}(\varrho) = k! \prod_{\nu=1}^k \sigma'_{l_\nu}(\bar{w}_{l_\nu}) \prod_{1 \leq \nu \leq n} \sigma_\nu(\bar{w}_\nu + \delta_\nu);$$

nach (45) ist  $\delta_{l_\nu} = 0$  ( $\nu = 1, 2, \dots, k$ ), wegen (33) und (31) gilt somit

$$F^{(k)}(\varrho) = \pm k! e^{\frac{\bar{y}_1 \bar{w}_1 + \bar{y}_2 \bar{w}_2 + \dots + \bar{y}_n \bar{w}_n}{2} + \bar{y}_1 \delta_1 + \bar{y}_2 \delta_2 + \dots + \bar{y}_n \delta_n} \prod_{1 \leq \nu \leq n} \sigma_\nu(\delta_\nu) \quad (47)$$

Nach Definition liegt  $\delta_v$  im Parallelogramm mit den Eckpunkten  $\pm \frac{\omega_v}{2}, \pm \frac{\omega'_v}{2}$  oder auf dem Rande dieses Parallelogrammes. In diesem Parallelogramm ist die Funktion  $\sigma_v(z)$  beschränkt und hat den Koordinatenursprung als einzige Nullstelle; außerdem ist  $\sigma'(0) = 1$ . Für jeden Punkt  $z$  innerhalb oder auf dem Rande des Parallelogrammes folgt bekanntlich

$$c_{13} |z| \leq \sigma_v(z) \leq c_{14} |z|,$$

also insbesondere

$$c_{13} |\delta_v| \leq |\sigma_v(\delta_v)| \leq c_{14} |\delta_v| \dots \dots \quad (48)$$

Aus (47),  $1 \leq k \leq n$ , (41), (40), (39) und (48) ergibt sich für  $\varrho \neq 0$

$$\prod_{1 \leq v \leq n} |\delta_v| \leq |F^{(k)}(\varrho)| \leq e^{c_{15} |\varrho|^2} \prod_{1 \leq v \leq n} |\delta_v|. \quad (49)$$

Die reelle Ordnung der  $\sigma$ -Funktion ist 2; daraus geht hervor, dass die reelle Ordnung von  $F(z)$  auch 2 ist.

**Zweiter Schritt.** Die Bedingung (6) ist für die ordinäre Verteilung der  $k$ -fachen Nullstellen hinreichend.

Denn es sei  $\varrho$  eine  $k$ -fache Nullstelle  $\neq 0$ . Wegen (46) ist dann, wenn  $m_v, m'_{l_v}, \bar{m}_v, \bar{M}_v$  und  $\delta_v$  wie im ersten Schritt bestimmt werden,

$$\varrho = \bar{w}_{l_x} = \bar{m}_{l_x} \omega_{l_x} + \bar{m}'_{l_x} \omega'_{l_x} \quad (x = 1, 2, \dots, k). \quad (50)$$

Man setze

$$a_{l_1} = \bar{m}_{l_1}, a'_{l_1} = \bar{m}'_{l_1} \quad \text{und} \quad a_v = -\bar{m}_v, a'_{l_v} = -\bar{m}'_{l_v} \quad (v \neq l_1) \quad (51)$$

Aus (50) folgt

$$\bar{m}_{l_1} \omega_{l_1} + \bar{m}_{l_x} \omega_{l_x} + \bar{m}'_{l_1} \omega'_{l_1} + \bar{m}'_{l_x} \omega'_{l_x} = 0 \quad (x = 2, 3, \dots, k),$$

wegen (51) also

$$a_{l_1} \omega_{l_1} + a_{l_x} \omega_{l_x} + a'_{l_1} \omega'_{l_1} + a'_{l_x} \omega'_{l_x} = 0 \quad (x = 2, 3, \dots, k),$$

so dass die Beziehungen (4) von Satz 1 erfüllt sind.

Aus  $\varrho \neq 0$  und (50) geht hervor, dass  $\bar{m}_{l_1}$  und  $\bar{m}'_{l_1}$ , also  $a_{l_1}$  und  $a'_{l_1}$  nicht gleichzeitig verschwinden. Nehmen wir jetzt an, dass es zwei ganze rationale Zahlen  $x$  und  $x'$  gibt mit

$$a_{l_1} \omega_{l_1} + a'_{l_1} \omega'_{l_1} + x \omega_{l_x} + x' \omega'_{l_x} = \varrho + x \omega_{l_x} + x' \omega'_{l_x} = 0,$$

für wenigstens eine Zahl  $v \neq l_x$  ( $x = 1, 2, \dots, k$ ), so ist  $\varrho$  wenigstens eine  $(k+1)$ -fache Nullstelle. Da dies ausgeschlossen ist, so ist auch die Bedingung (5) von Satz 1 erfüllt.

Aus (7) und (51) folgt

$$A = \text{Max } \bar{M}_v,$$

also wegen (35) und (40)

$$A < c_{16} |\varrho| \dots \dots \dots \dots \quad (52)$$

Nach (8), (51), (50) und (38) folgt

$$\begin{aligned} P_{(l)} &= \prod_{1 \leq v \leq n} (\bar{m}_{l_1} \omega_{l_1} + \bar{m}'_{l_1} \omega'_{l_1} - \bar{m}_v \omega_v - \bar{m}'_v \omega'_v) \\ &= \prod_{1 \leq v \leq n} (\varrho - \bar{m}_v \omega_v - \bar{m}'_v \omega'_v) = \prod_{1 \leq v \leq n} \delta_v. \end{aligned}$$

Anwendung von (6) gibt somit wegen (52)

$$\left| \prod_{1 \leq v \leq n} \delta_v \right| > C e^{-(c_{16} |\varrho|)^{2+\epsilon}},$$

so dass aus (49)

$$|F^{(k)}(\varrho)| > e^{-c_{15} |\varrho|^2} \cdot C e^{-(c_{16} |\varrho|)^{2+\epsilon}}$$

folgt.

Ist  $\theta > 0$ , so gilt deshalb die Ungleichung

$$|F^{(k)}(\varrho)| > e^{-|\varrho|^{2+\theta}}, \dots \dots \dots \quad (53)$$

für  $|\varrho| > \bar{C}_1$ , wo  $\bar{C}_1$  eine geeignet gewählte nur von  $\theta, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_n$  abhängige positive Zahl ist.

Da die reelle Ordnung von  $F(z)$  gleich 2 ist, folgt aus (53), dass die  $k$ -fachen Nullstellen von  $F(z)$  ordinär verteilt sind.

**Dritter Schritt.** Die Bedingung (6) ist für die ordinäre Verteilung der  $k$ -fachen Nullstellen von  $F(z)$  notwendig.

Denn es seien die  $k$ -fachen Nullstellen  $\varrho$  ordinär verteilt; es gibt also, da die reelle Ordnung von  $F(z)$  gleich 2 ist, eine nur von  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_n$  und von der positiven Zahl  $\theta$  abhängige positive Grösse  $\bar{C}_2$ , derart dass

$$|F^{(k)}(\varrho)| > \bar{C}_2 e^{-|\varrho|^{2+\theta}}. \dots \dots \dots \quad (54)$$

gilt.

Es sei jetzt  $(l) = (l_1, l_2, \dots, l_k)$  ein System von  $k$  verschiedenen natürlichen Zahlen  $< n$ ; die ganzen rationalen Zahlen  $a, a'$  werden derart gewählt, dass sie den Bedingungen (4) und (5) genügen. Die Grössen  $A$  und  $P_{(l)}$  seien durch (7) und (8) definiert.

Ohne der Allgemeinheit zu schaden, kann ich jetzt annehmen, dass  $k < n$  ist, denn für  $k = n$  ist die rechte Seite von (8) ein leeres Produkt, so dass dann (6) für jedes  $C < 1$  erfüllt ist.

Es sei also  $k < n$ . Man setze

$$m_{l_1} = a_{l_1}, m'_{l_1} = a'_{l_1} \quad \text{und} \quad m_v = -a_v, m'_{v'} = -a'_{v'} (v \neq l_1), \dots \quad (55)$$

so dass wegen (7) und (30)

$$A = \max M_v, \dots \quad (56)$$

ist.

Aus (55), (4), und (5) folgt, dass

$$\varrho = m_{l_k} \omega_{l_k} + m'_{l_k} \omega'_{l_k} \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (57)$$

eine  $k$ -fache Nullstelle von  $F(z)$  ist. Wegen  $k < n$  folgt hieraus, dass

$$\varrho \neq 0 \quad \dots \quad (58)$$

ist, da der Ursprung eine  $n$ -fache Nullstelle von  $F(z)$  ist.

Nach (8), (55), und (57) ist

$$P_{(l)} = \prod_{1 \leq v \leq n} (\varrho - m_v \omega_v - m'_{v'} \omega'_{v'}) \quad \dots \quad (59)$$

Man kann jetzt die Zahlen  $\bar{m}_v, \bar{m}'_{v'}, \bar{M}_v, \bar{w}_v$  und  $\delta_v$  bestimmen, wie im ersten Schritt angegeben ist (man vergl. die Formeln auf S. 1134). Wegen (57) gilt dann

$$\bar{m}_{l_k} = m_{l_k}, \quad \bar{m}'_{l_k} = m'_{l_k} \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (60)$$

Man hat ausserdem, da  $|\delta_v|$  möglichst klein ist,

$$|\varrho - m_v \omega_v - m'_{v'} \omega'_{v'}| \geq |\varrho - \bar{m}_v \omega_v - \bar{m}'_{v'} \omega'_{v'}| = |\delta_v| \quad \dots \quad (61)$$

Folglich gilt dann wegen (59)

$$|P_{(l)}| \geq \prod_{1 \leq v \leq n} |\delta_v| \quad \dots \quad (62)$$

Aus (49) und (54) folgt mit Rücksicht auf (58)

$$e^{c_{15}|\rho|^2} \prod_{1 \leq v \leq n} |\delta_v| \geq |F^{(k)}(\varrho)| > \bar{C}_2 e^{-|\rho|^{2+\theta}}.$$

Nach (62) ist also

$$|P_{(l)}| > \bar{C}_2 e^{-|\rho|^{2+\theta}} \cdot e^{-c_{15}|\rho|^2};$$

da  $\varrho \neq 0$  ist, gilt  $|\varrho| > c_8$ , deshalb kann man eine nur von  $\theta, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_n$  abhängige positive Zahl  $\bar{C}_3$  wählen, derart dass

$$|P_{(l)}| > \bar{C}_3 e^{-|\rho|^{2+2\theta}} \quad \dots \quad (63)$$

ist.

Wegen  $\varrho \neq 0$  folgt aus (57) mit  $\alpha = 1$ , dass  $M_{l_1} \neq 0$  ist; wegen (60) ist  $\bar{M}_{l_1} = M_{l_1}$ , also  $\bar{M}_{l_1} \neq 0$ ; nach (42) mit  $\nu = l_1$  ist somit

$$|\varrho| < c_{12} \bar{M}_{l_1} = c_{12} M_{l_1};$$

mit Rücksicht auf (56) gilt folglich

$$0 < |\varrho| < c_{12} A.$$

Aus (63) folgt somit

$$|P_{(l)}| > \bar{C}_3 e^{-(c_{12} A)^2 + 2\theta} > \bar{C}_4 e^{-A^2 + 3\theta}$$

mit geeignet gewähltem nur von  $\theta, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_n$  abhängigem positivem  $\bar{C}_4 < 1$ :

Wählt man hierin  $\varepsilon = \frac{\varepsilon}{3}$ , so ist Ungleichung (6) mit  $C = \bar{C}_4$  bewiesen.

Hiermit ist Satz 1 völlig abgeleitet worden.

Im folgenden Beispiel zeige ich mittels Satz 1, wie man die Zahlen  $\omega_v, \omega'_v$ , ( $v = 1, 2, \dots, n$ ) wählen kann, derart dass die Nullstellen von  $F(z)$  in (3) ordinär verteilt sind.

Bevor ich Satz 1 anwenden werde, beweise ich folgenden alt bekannten:

**Hilfssatz.** Es seien  $a_1, a_2, a_3$  und  $a_4$  algebraische Zahlen und es seien  $h_1, h_2, h_3$  und  $h_4$  ganze rationale Zahlen mit

$$h_1 a_1 + h_2 a_2 + h_3 a_3 + h_4 a_4 \neq 0. \quad \dots \quad (64)$$

Wird nun

$$H = \max(|h_1|, |h_2|, |h_3|, |h_4|) \quad \dots \quad (65)$$

gesetzt, so ist

$$|h_1 a_1 + h_2 a_2 + h_3 a_3 + h_4 a_4| > H^{-\mu}, \quad \dots \quad (66)$$

wo  $\mu$  eine nur von  $a_1, a_2, a_3, a_4$  abhängige positive Zahl ist.

**Beweis.** Es sei  $a$  eine natürliche Zahl, derart dass die Zahlen  $a a_1, a a_2, a a_3$  und  $a a_4$  ganz algebraisch sind. Es seien  $l_1, l_2, l_3$  und  $l_4$  die Grade der Zahlen  $a_1, a_2, a_3$  und  $a_4$ , und es mögen  $a_v^{(\lambda_v)}$  ( $\lambda_v = 1, 2, \dots, l_v$ ) die zu  $a$ , konjugierten Zahlen bezeichnen, wo etwa  $a_v^{(1)} = a_v$  gesetzt wird ( $v = 1, 2, 3, 4$ ).

Offenbar ist das Produkt

$$a^{l_1 l_2 l_3 l_4} \prod_{\substack{1 \leq \lambda_v \leq l_v \\ (v=1,2,3,4)}} (x - h_1 a_1^{(\lambda_1)} - h_2 a_2^{(\lambda_2)} - h_3 a_3^{(\lambda_3)} - h_4 a_4^{(\lambda_4)})$$

ein Polynom in  $x$  mit ganzen rationalen Koeffizienten. Unter den Koeffizienten  $\neq 0$  kommt vor:

$$\pm a^{l_1 l_2 l_3 l_4} \Pi' (h_1 a_1^{(\lambda_1)} + h_2 a_2^{(\lambda_2)} + h_3 a_3^{(\lambda_3)} + h_4 a_4^{(\lambda_4)}),$$

wo das Produkt  $\Pi'$  über alle Systeme  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$  mit  $1 \leqq \lambda_1 \leqq l_1, \dots, 1 \leqq \lambda_4 \leqq l_4$  und mit

$$h_1 a_1^{(\lambda_1)} + h_2 a_2^{(\lambda_2)} + h_3 a_3^{(\lambda_3)} + h_4 a_4^{(\lambda_4)} \neq 0$$

erstreckt wird; also gilt

$$|a^{l_1 l_2 l_3 l_4} \Pi' (h_1 a_1^{(\lambda_1)} + h_2 a_2^{(\lambda_2)} + h_3 a_3^{(\lambda_3)} + h_4 a_4^{(\lambda_4)})| \geqq 1. \quad . . . \quad (67)$$

Aus (65) folgt

$$|h_1 a_1^{(1)} + h_2 a_2^{(2)} + h_3 a_3^{(3)} + h_4 a_4^{(4)}| < \mu_1 H \quad (1 \leqq \lambda_v \leqq l_v, v=1, 2, 3, 4), \quad (68)$$

wo  $\mu_1$  eine geeignet gewählte nur von  $a_1, a_2, a_3, a_4$  abhängige positive Zahl  $\mu_1 > 1$  ist.

Aus (64) folgt erstens, dass  $h_1 a_1 + h_2 a_2 + h_3 a_3 + h_4 a_4 = h_1 a_1^{(1)} + h_2 a_2^{(1)} + h_3 a_3^{(1)} + h_4 a_4^{(1)}$  im Produkt  $\Pi'$  von (67) vorkommt, und zweitens, dass  $H \neq 0$  ist; wegen  $\mu_1 > 1$  hat man also  $\mu_1 H > 1$ .

Nach (67) und (61) ist deshalb

$$(a \mu_1 H)^{l_1 l_2 l_3 l_4} |h_1 a_1 + h_2 a_2 + h_3 a_3 + h_4 a_4| > 1.$$

Da die Zahlen  $a, \mu_1 l_1, l_2, l_3, l_4$  positiv sind und nur von  $a_1, a_2, a_3$  und  $a_4$  abhängen, folgt hieraus Ungleichung (66), womit dieser Hilfssatz bewiesen ist.

**Beispiel.** Die Zahlen  $\omega_v, \omega'_v$  ( $v=1, 2, \dots, n$ ) seien algebraisch und es seien  $\frac{\omega'_v}{\omega_v}$  ( $v=1, 2, \dots, n$ ) nicht reell. Dann sind die Nullstellen von  $F(z)$  in (3) ordinär verteilt.

**Beweis.** Es sei  $k$  eine natürliche Zahl  $\leqq n$ . Bezeichnen  $(l) = (l_1, l_2, \dots, l_k)$  und  $(a_1, a_2, \dots, a_n, a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$  die Systeme aus Satz 1 mit (4), (5) und (7), so folgt unmittelbar aus dem vorangehenden Hilfssatz

$$|a_{l_1} \omega_{l_1} + a_v \omega_v + a'_{l_1} \omega'_{l_1} + a'_v \omega'_v| > A^{-c_{17}} \quad (1 \leqq v \leqq n, v \neq l_v, v=1, 2, \dots, k),$$

wo  $c_{17}$  eine geeignet gewählte, nur von  $\omega_v, \omega'_v$  ( $v=1, 2, \dots, n$ ) abhängige, positive Zahl ist. Aus (8) folgt deshalb (6), bei geeignet gewähltem nur von  $\omega_v, \omega'_v$  ( $v=1, 2, \dots, n$ ) abhängigem positivem  $C$ ; so dass nach Satz 1 die  $k$ -fachen Nullstellen von  $F(z)$  ordinär verteilt sind.

**Chemistry.** — *Die Komplexität des Arsentrioxyds. I. Von A. SMITS und E. BELJAARS.* (Communicated by Prof. J. D. VAN DER WAALS.)

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

### *Einleitung.*

Der Stoff Arsentrioxyd, welcher zu den Stoffen gehört, die zur Prüfung der Theorie der Allotropie sehr geeignet scheinen, war bisher sehr unvollkommen studiert worden.

Man kannte zwei kristallinische Zustände und einen amorph-festen Zustand. Der eine kristallinische Zustand, nämlich der oktaedrische, tritt sehr leicht auf z.B. durch schnelles Abkühlen des Dampfes<sup>1)</sup>, der andere, der monokline, der in der Natur als *Claudetit* gefunden wird, kann aus dem oktaedrischen dadurch erhalten werden, dass man diesen mit einer Spur Wasser in einem zugeschmolzenen Glasrohr in dem Dampf von siedendem Naphtalin (218°) einige Stunden erhitzt<sup>2)</sup>. Die Spur Wasser wirkt hier als Katalysator für die heterogene Umwandlung; die trockene oktaedrische Modifikation wandelt sich unter übrigens denselben Umständen gar nicht um. Was die physikalischen Größen dieser zwei kristallinischen Modifikationen anbelangt, sei erwähnt, dass für die Dichte der oktaedrischen resp. monoklinen Modifikation 3.646<sup>3)</sup> resp. 4.004<sup>4)</sup> gefunden wurde.

Dampfdruckmessungen waren nur wenig ausgeführt. RUSHTON und FARINGTON DANIELS<sup>5)</sup> bestimmten einen Teil der Dampfspannungskurve der oktaedrischen Form und der Flüssigkeit und fanden den Tripelpunkt der oktaedrischen Modifikation bei 275° (diese Temperatur ist aber, wie man weiter unten sehen wird, 3° zu hoch. Weiter fanden sie für den Schmelzpunkt der monoklinen Modifikation 315° (auch diese Temperatur ist etwa 3° zu hoch), doch die Dampfdrucklinie dieser Modifikation bestimmten sie nicht.

In Figur 1 sind die Ergebnisse RUSHTONS und FARINGTON DANIELS mit dem Zeichen □ angegeben. STELZNER<sup>6)</sup> bestimmte auch nur die Dampfspannungslinie der oktaedrischen Modifikation, doch fand auf diese Weise nicht den Tripelpunkt; seine Beobachtungen sind in Figur 1 mit X angegeben. WELCH und DUSCHAK haben die Dampfdrücke der oktaedrischen Modifikation zwischen 100° und 200° gemessen.

1) H. ABEGG, Handbuch der anorganischen Chemie, III. 3.

2) H. WELCH und DUSCHAK: Bur. Mines. Techn. paper 81 (1917).

3) CL. WINKLER, Journ. f. Prakt. Chem. 31, 255 (1885).

4) RAMMELSBERG, Handbuch der Kristallographie und Physikalischen Chemie I, Leipzig 1881.

5) Journ. Amer. Chem. Soc. 48, 384 (1926).

6) Dissertation Erlangen. (1901).

Aus den Versuchen RUSHTON und FARINGTON DANIELS folgte, dass die oktaedrische Modifikation bis über ihre Tripelpunktstemperatur erwärmt

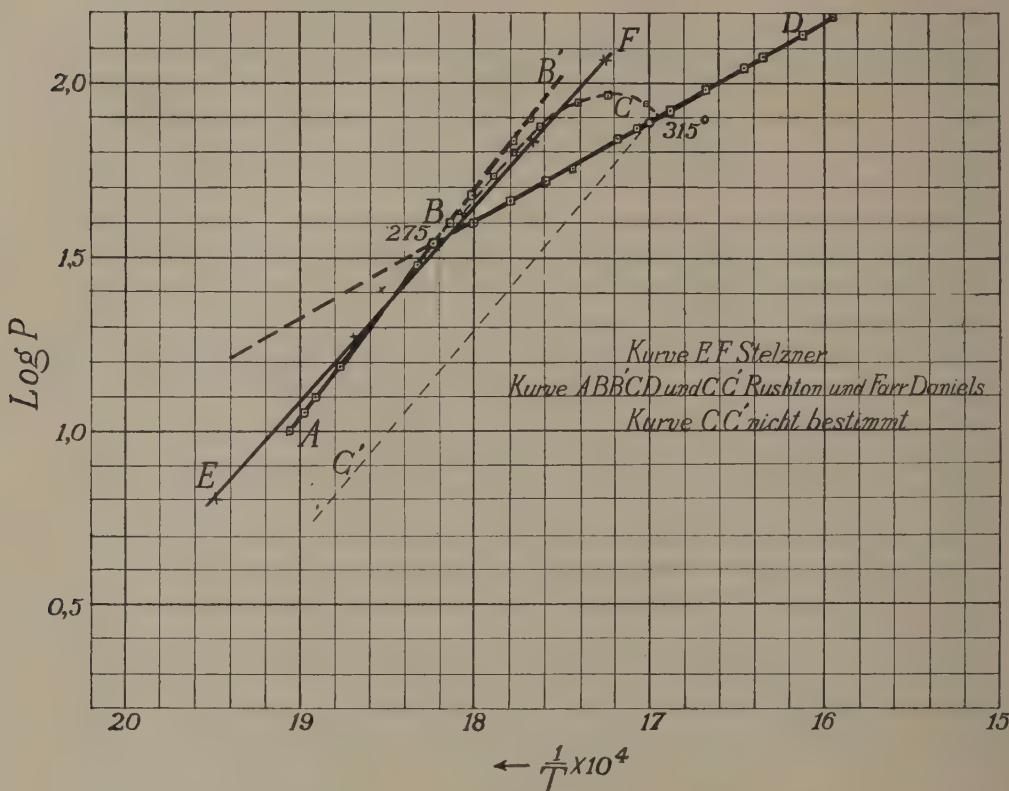


Fig. 1.

werden konnte ohne zu schmelzen, aber dass, nach weiterem Erhitzen, die Dampfdrücke ziemlich grosse Unterschiede mit der metastabilen Verlängerung der Sublimationslinie der oktaedrischen Modifikation zeigten. Schliesslich sank der Dampfdruck dann bis zu der Dampfdruckkurve der Flüssigkeit.

#### Bestimmung der unären $P, T$ -Figur.

Aus der vorangehenden kurzen Übersicht folgt deutlich, dass es noch gar nicht gelungen war, die unäre  $P, T$ -Figur vom System  $\text{As}_2\text{O}_3$  zu bestimmen. Wir fingen unsere Untersuchungen mit der oktaedrischen Modifikation an, weil diese so leicht durch Sublimation im Vakuum zu erhalten war. Um diesen Zustand vollkommen rein zu erhalten, wurde von dem reinsten Präparat von KAHLENBAUM ausgegangen und dieses einige Male in einem langen hochevakuierten Rohr immer nach einer weiter ab-

gelegenen Stelle vorsichtig destilliert. Bei der ersten Destillation entsteht neben einem weissen auch noch ein wenig rötlich gefärbtes Sublimat, das aber bei der nächsten Sublimation leicht von dem weissen getrennt werden kann; man erhält dann schöne weisse oktaedrische Kristalle. Hierauf wird das Rohr geöffnet, die oktaedrischen Kristalle werden gesammelt, in ein zweites Rohr gebracht und der Sublimationsprozess wiederholt. Das Endprodukt wurde für die Dampfdruckbestimmungen benutzt. Der Dampfdruckapparat ist in Fig. 2 wiedergegeben. Nach der gebräuch-

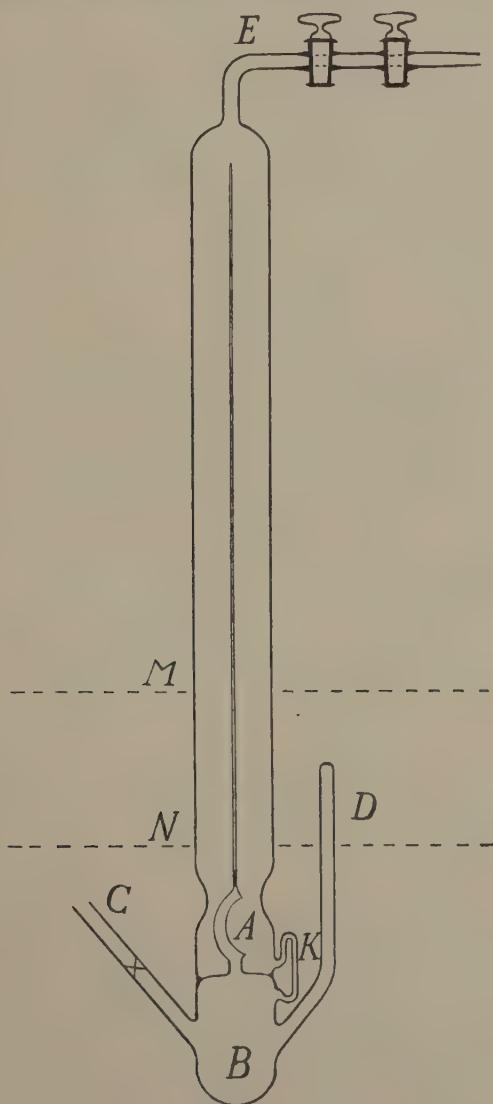


Fig. 2.

lichen Reinigung und Trocknung wurde, während bei C ein getrockneter Sauerstoffstrom eingeführt wurde und D noch offen war, durch das letzte Rohr das reine oktaedrische  $\text{As}_2\text{O}_3$  hineingeführt und dann D und C abgeschmolzen.

Dann wurde E mit der Quecksilberpumpe verbunden und der Apparat bis zu M, in einem elektrischen Ofen, sechs bis acht Stunden im Hochvakuum auf  $320^\circ$  erhitzt. Hierbei sublimierte ein Teil in dem Mantel, aber das bot keine Schwierigkeiten. Schliesslich wurde die Brücke durchgeschmolzen und konnte mit den Dampfdruckbestimmungen angefangen werden. Der Apparat wurde dazu bis M in ein  $\text{NaNO}_3\text{-NaNO}_2$  Bad, dessen Temperatur  $200^\circ$  war, hineingeführt. Danach wurde die Temperatur erhöht und jedes Mal so lange konstant gehalten, bis der Dampfdruck konstant geworden war. Dies wurde stets innerhalb 20 Minuten erreicht. Das Bad wurde sehr stark gerührt und die Temperatur wurde mit einem Platin-Widerstandsthermometer, das im eigenen Laboratorium hergestellt war, gemessen<sup>1)</sup>.

Die erhaltenen Resultate sind in Tabelle I wiedergegeben.

TABELLE I.

<i>t</i>	<i>T</i>	Dampfdruck <i>p</i> in mm Hg.	$\frac{1}{T}$	<i>Log p</i>	Bemerkungen
239.8	513	4.5	0.001949	0.653	Oktaedrisches $\text{As}_2\text{O}_3 + \text{Dampf}$
243.5	516.7	5.6	1935	0.750	
253.2	526.4	9.8	1900	0.991	
254.7	527.9	10.5	1894	1.021	
262.3	535.5	16.1	1868	1.207	
264.8	537.2	18.3	1862	1.262	
267.0	540.2	21.3	1851	1.328	
270.0	543.2	23.4	1840	1.362	
273.4	546.6	24.9	0.001830	1.396	Flüssigkeit + Dampf
280.9	554.1	31.0	1805	1.491	
284.6	557.8	35.7	1793	1.553	
293.7	566.9	43.0	1764	1.633	
296.0	569.2	46.1	1757	1.663	
301.0	574.2	51.5	1742	1.716	
307.4	580.6	59.9	1722	1.777	

<sup>1)</sup> Z. f. phys. Chem.

TABELLE I (Fortsetzung).

$t$	$T$	Dampfdruck $p$ in mm Hg.	$\frac{1}{T}$	$\log p$	Bemerkungen
309.4	582.6	63.0	0.001716	1.799	
310.4	583.6	64.1	1714	1.807	
312.1	585.3	65.2	1709	1.814	
315.1	588.3	71.7	1699	1.855	
318.9	592.1	77.1	1689	1.887	
327.8	601.0	92.5	1664	1.966	
328.9	602.1	93.5	1661	1.976	Flüssigkeit + Dampf
330.5	603.7	97.1	1656	1.987	
333.2	606.4	102.5	1649	2.011	
338.2	611.4	114.0	1636	2.057	
342.0	615.2	120.0	1626	2.079	
356.0	629.2	153.5	1589	2.186	
368.1	641.3	188.6	1559	2.275	

Bei Abkühlung konnte noch bis zu  $243.5^\circ$  der Dampfdruck der unterkühlten Flüssigkeit gemessen werden.

$t$	$T$	Dampfdruck $p$ in mm Hg.	$\frac{1}{T}$	$\log p$	Bemerkungen
265.9	539.1	22.9	0.001855	1.359	
258.5	531.7	18.6	1881	1.270	
248.2	521.4	14.5	1918	1.160	
243.5	516.7	12.7	1935	1.104	Flüssigkeit + Dampf

Bei der Bestimmung der Dampfdrucklinie der oktaedrischen Modifikation wurde noch gefunden, dass wenn man die Temperatur nicht sehr langsam steigen lässt, die Schmelzung ausbleibt und die Sublimationslinie noch ziemlich weit zu verfolgen ist. Oberhalb einer gewissen Temperatur wird dann aber die Dampfdruckzunahme kleiner und kleiner und geht dann selbst in eine Druckabnahme über und diese Abnahme hält an bis der Dampfdruck der Flüssigkeit erreicht ist. Dieses erhellt aus der Tabelle II.

TABELLE II.

<i>t</i>	<i>T</i>	Dampfdruck <i>p</i> in mm Hg.	$\frac{1}{T}$	<i>Log p</i>	Bemerkungen
267.0	540.2	26.4	0.001850	1.421	
272.6	545.8	31.1	1832	1.493	
278.3	551.5	37.5	1813	1.574	
282.3	555.5	50.1	1802	1.699	
293.4	566.6	68.0	1765	1.833	
301.0	574.2	99.4	1742	1.997	
309.0	582.2	111.2	1718	2.046	
318.9	592.1	122.9	1689	2.089	← Hier fängt der Dampfdruck zu sinken an.
326.7	599.9	91.4	1667	1.960	
337.1	610.3	109.6	1639	2.040	
348.7	621.9	128.5	1608	2.109	← Hier ist die Dampfdruckkurve der Flüssigkeit erreicht.

Wie schon erwähnt, haben auch RUSHTON und FARINGTON DANIELS etwas ähnliches beobachtet. Aus diesem Verhalten folgt, dass das oktaedrische  $As_2O_3$  die Erscheinung der Überhitzung zeigt, wie das in noch stärkerem Masse bei  $P_2O_5$  beobachtet worden ist. Später kommen wir auf diese Erscheinung noch zurück. Weiter sei hier noch bemerkt, dass, wenn die Temperatur etwas oberhalb  $258^\circ$  sehr lang konstant gehalten, und dann äusserst langsam erhöht wird, man eine neue Dampfdruckkurve findet, weil dann die oktaedrische Modifikation sich in eine andere mit einem rund  $17^\circ$  höheren Schmelzpunkt umgesetzt hat. Wir wollen hier die oktaedrische Modifikation mit  $\beta$  und die neu gefundene mit  $\gamma$  angeben.

Die Dampfdruckbestimmungen dieser  $\gamma$ -Modifikation sind in der nächsten Tabelle III angegeben.

TABELLE III.

<i>t</i>	<i>T</i>	Dampfdruck <i>p</i> in mm Hg.	$\frac{1}{T}$	<i>Log p</i>	Bemerkungen
243.5	516.7	5.6	0.001935	0.748	Umwandlungspunkt
260.0	533.2	13.4	1876	1.127	← $S_\beta + S_\gamma + G$
268.1	541.3	19.1	1847	1.281	
273.3	546.5	28.3	1830	1.367	
284.6	557.8	33.2	1793	1.521	Tripelpunkt
307.4	580.6	45.2	1757	1.655	$S_\gamma + L + G$

TABELLE III (Fortsetzung).

<i>t</i>	<i>T</i>	Dampfdruck <i>p</i> in mm Hg.	$\frac{1}{T}$	<i>Log p</i>	Bemerkungen
342.0	615.2	120.8	1626	2.082	
318.1	591.3	74.8	1691	1.873	
297.9	571.1	44.3	1751	1.655	
300.3	573.5	50.2	1744	1.707	← Tripelpunkt
280.9	554.1	32.7	1805	1.515	← $S_\gamma + L + G$
279.3	552.5	28.2	1810	1.450	
273.3	546.5	22.9	1830	1.359	
269.0	542.2	19.5	1844	1.290	
263.8	537.0	15.9	1862	1.201	
258.5	531.7	12.7	1881	1.104	← Umwandlungspunkt
253.4	526.6	9.9	1899	0.995	← $S_\beta + S_\gamma + G$

Zweitens wollten wir die Dampfdrucklinie der monoklinen Modifikation bestimmen, von welcher noch niemals ein Dampfdruck gemessen war. Die monokline Modifikation wurde aus der oktaedrischen erhalten, indem man diese mit einer Spur Wasser in einem evakuierten Rohr in dem Dampf von siedendem Naphtalin, 218°, ungefähr 9 Stunden erhitzte. Es stellte sich heraus, dass nach dieser Erhitzungsperiode die Transformation vollständig war. Die so erhaltene monokline Modifikation enthielt immer noch eine Spur Wasser, und um diese zu entfernen wurde die Masse in einem Glasrohr 12 bis 24 Stunden an der Hochvakuumpumpe bis zu 300° erhitzt. Nachher wurde die Substanz in den Dampfdruckapparat (siehe Fig. 2) gebracht und nach Abschmelzen von C und D nochmals 24 Stunden an der Hochvakuumpumpe in einem Bad von 300° erhitzt. Erst dann wurde die Brücke K durchgeschmolzen und mit der Dampfdruckbestimmung angefangen.

Die Resultate sind in Tabelle IV gesammelt.

TABELLE IV.

<i>t</i>	<i>T</i>	Dampfdruck <i>p</i> in mm Hg.	$\frac{1}{T}$	<i>Log p</i>	Bemerkungen
243.1	516.3	4.9	0.001936	0.69	
248.2	521.4	5.8	1918	0.77	
253.4	526.6	7.6	1899	0.88	
258.5	531.7	9.8	1881	0.991	Monoklines $As_2O_3 + Dampf$

TABELLE IV (*Fortsetzung*).

<i>t</i>	<i>T</i>	Dampfdruck <i>p</i> in mm Hg.	$\frac{1}{T}$	<i>Log p</i>	Bemerkungen
263.8	537.0	11.5 (12.0)	1862	1.067 (1.070)	
269.0	542.2	14.7	1844	1.167	
274.2	547.4	17.0 (17.4)	1827	1.230 (1.240)	
279.3	552.5	21.4	1810	1.330	
282.5	555.7	23.5	1800	1.371	Monoklines $\text{As}_2\text{O}_3 + \text{Dampf}$
284.6	557.8	24.8	1793	1.394	
289.8	563.0	31.1	1776	1.493	
295.1	568.3	37.2	1760	1.570	
300.3	573.5	44.7	1744	1.650	
310.8	584.0	63.1	1712	1.800	
315.7	588.9	72.5	1698	1.860	
320.4	593.6	78.2	1685	1.893	
343.2	616.4	124.5	1623	2.095	Flüssigkeit + Dampf

Wenn man nun die bei der oktaedrischen und bei der monoklinen Modifikation erhaltenen Resultate graphisch darstellt, indem man  $\log p$  als Funktion von  $\frac{1}{T}$  angibt, so erhält man die Fig. 3.

Aus dieser Figur ergibt sich folgendes. Die Dampfdruckkurven der monoklinen Modifikation *FEB* und der oktaedrischen *CB* werden einander schneiden. Wenn man aber diese Kurven, die in dem Temperaturgebiet, wo die Dampfdrücke mit genügender Genauigkeit zu messen sind, in Fig. 3 gerade Linien sind, nach niedrigeren Temperaturen extrapoliert, so findet man für den Umwandlungspunkt  $233.5^\circ$  und 3.2 mm Hg. Weil aber auf Grund der gefundenen Umwandlung bei  $218^\circ$  der Umwandlungspunkt unterhalb  $218^\circ$  liegen muss, lässt sich hieraus schliessen, dass die genannten Linien in Fig. 3 in Wirklichkeit ein wenig gebogen sein müssen, so dass das Schneiden unterhalb  $218^\circ$  stattfindet. Weil die Dampfdrücke bei diesen Temperaturen zu klein sind, um eine genaue Messung ausführen zu können, kann dieser Umwandlungspunkt noch nicht genau angegeben werden<sup>1</sup>). Vorläufig nehmen wir  $\pm 200^\circ$  und etwa 0.26 mm Hg an, so dass dieser Punkt den Umwandlungspunkt unter dem Dampfdruck, oder die Lage

<sup>1)</sup> Dieser Umwandlungspunkt wird auf andere Weise genau bestimmt werden.

des Tripelpunktes  $S_\alpha + S_\beta + G$ , sein würde. Die monokline Modifikation, welche also oberhalb  $200^\circ$  stabil ist, nennen wir dann die  $\alpha$ -Modifikation.

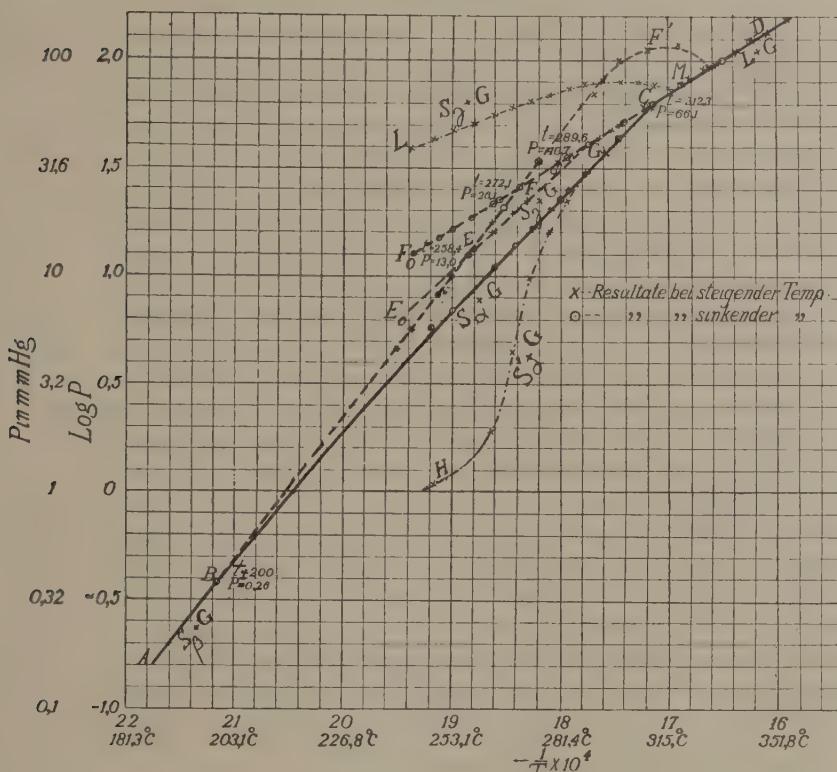


Fig. 3.

Aus dieser Figur 3 ergibt sich dann weiter, dass der stabile Tripelpunkt für  $S_\alpha + L + G$  bei  $312.3^\circ$  und  $66.1$  mm Hg, und der metastabile Tripelpunkt für  $S_\beta + L + G$  bei  $272.1^\circ$  und  $26.1$  mm Hg gelegen ist. Weiter sieht man, dass die oktaedrische Modifikation einen metastabilen Umwandlungspunkt besitzt, wo  $S_\beta + S_\gamma + G$  koexistieren, welcher Punkt bei  $258.4^\circ$  und  $13.9$  mm Hg liegt und dass die metastabile  $\gamma$ -Modifikation einen Tripelpunkt für  $S_\gamma + L + G$  zeigt, welcher bei  $289.6^\circ$  und  $40.7$  mm Hg gelegen ist. Die Figur zeigt auch, dass es gelungen ist die oktaedrische Modifikation etwa  $18^\circ$  oberhalb der Schmelztemperatur zu erhitzen, ohne dass Schmelzen eintrat. Schliesslich trat dies aber doch ein und der Dampfdruck sank bis auf die Dampfdruckkurve der Flüssigkeit.

In Fig. 4 ist der Dampfdruck als Funktion der Temperatur angegeben.

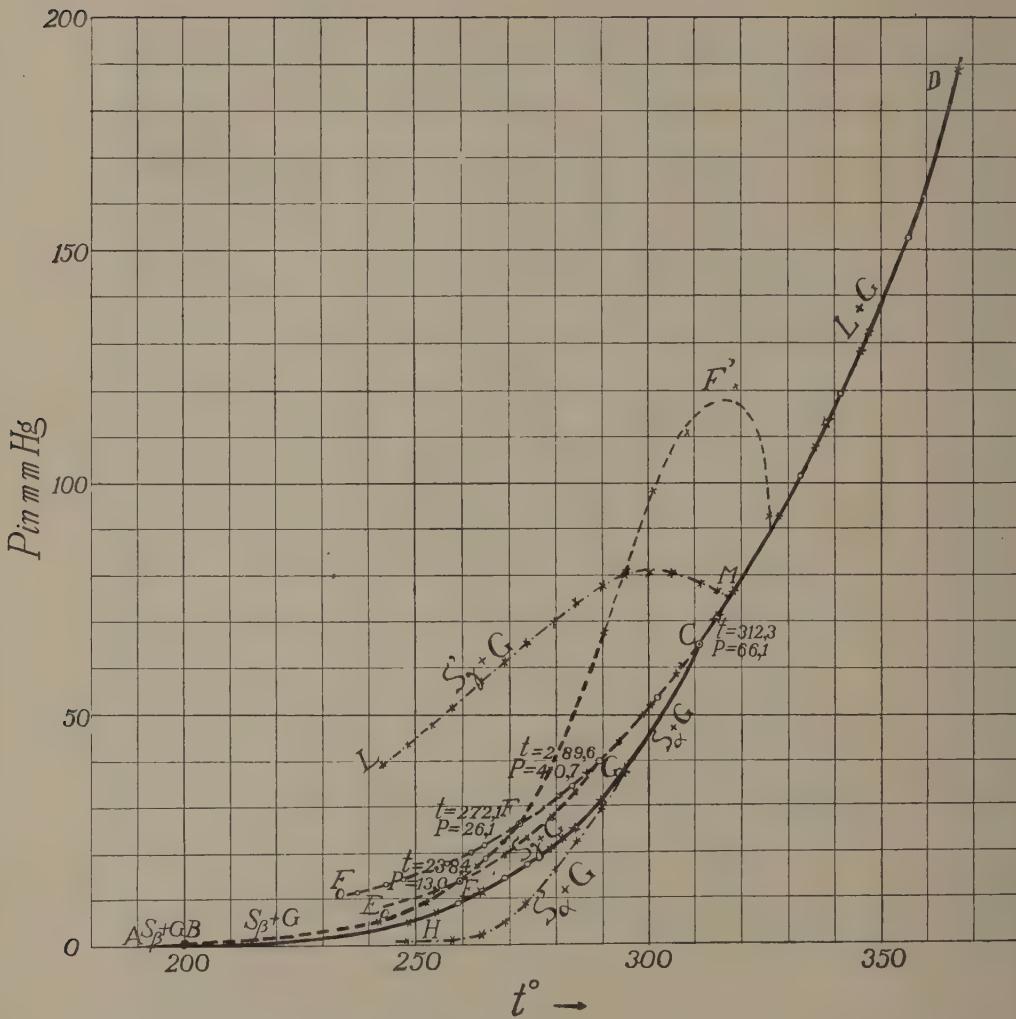


Fig. 4.

Untersuchungen, welche die Komplexität des Arsentrioxyds beweisen.

Um zu untersuchen, ob das kristallisierte  $\text{As}_2\text{O}_3$  sich unter gewissen Umständen wie ein gewöhnliches Mischkristall verhält, wurde der Einfluss einer partiellen Abdestillation auf den Dampfdruck studiert. Wir bedienten uns hierbei der monoklinen Modifikation.

Die partielle Abdestillation wurde in dem Dampfdruckapparat, wenn die Brücke  $K$  noch nicht durchgeschmolzen war, ausgeführt, während der Apparat sich bis zu  $M$  (Fig. 2) in einem Bad von  $280^\circ$ — $300^\circ$  befand und  $E$  noch mit der Hochvakuumpumpe verbunden war. Wenn ein Teil der

Masse in den Mantel abdestilliert war, wurde die Brücke durchgeschmolzen und der Apparat, zur Druckmessung, wieder in das Bad gebracht. Die Dampfdruckmessungen ergaben jetzt, auf dieselbe Weise wie früher ausgeführt, anormale niedrige Werte. Der absolute Wert der Dampfdruckerniedrigung stieg anfangs bei Temperaturerhöhung, doch nachher nahm derselbe wieder ab, um schliesslich Null zu werden, so dass dann wieder die Dampfdruckkurve der monoklinen Modifikation erreicht war.

Die so erhaltenen Resultate sind in der nächsten Tabelle zusammengestellt.

TABELLE V.

<i>t</i>	<i>T</i>	Dampfdruck <i>p</i> der monoklinen Modifikation bei unärem Verhalten in mm Hg.	Dampfdruck <i>p'</i> des Restes nach partieller Abdestillation in mm Hg.	$\frac{1}{T}$	<i>Log p'</i>	<i>p</i> — <i>p'</i> in mm Hg.
248.2	521.4	5.8	1.1	0.001918	0.04	4.7
263.8	537.0	11.7	2.3	1862	0.36	9.4
269.0	542.2	14.7	4.5	1844	0.65	10.2
274.2	547.4	17.2	9.6	1827	0.985	7.6
279.3	552.5	21.4	15.9	1810	1.201	5.5
284.6	557.8	24.8	22.4	1793	1.350	2.4
289.8	563.0	31.1	29.5	1776	1.479	1.6
295.1	568.3	37.2	37.2	1760	1.570	0.0
287.2	560.4	24.8	24.8	1793	1.394	0.0
274.2	547.4	17.2	17.0	1827	1.230	0.2
263.8	537.0	11.7	11.5	1862	1.067	0.2
253.4	526.6	7.6	7.6	1899	0.880	0.0
243.1	516.3	4.9	4.9	1936	0.690	0.0
232.8	506.0	3.4	3.4	1976	0.530	0.0

Diese merkwürdigen Ergebnisse sind in den Figuren 3 und 4 mit der Kurve HG angegeben. Bei dieser Kurve ist geschrieben  $S'_\alpha + G$ .

Hieraus ergibt sich mit grosser Deutlichkeit, dass die monokline Modifikation sich wie eine Mischkristallphase verhält. Durch partielle Abdestillation ändert sich die Zusammensetzung des Restes mit dem Resultat, dass der Dampfdruck anormal niedrig geworden ist. Es findet aber im Mischkristall eine innere Transformation in der Richtung des inneren Gleichgewichts statt und der Dampfdruck steigt insbesondere bei höheren Tem-

peraturen, bis schliesslich bei  $295.8^\circ$  das innere Gleichgewicht wieder erreicht ist. Beim Sinken der Temperatur folgte denn auch die Dampfdruckkurve der Kurve der unären unterkühlten Flüssigkeit. Hielt man die Temperatur längere Zeit unterhalb  $295^\circ$  konstant, so konnte ein sehr langsames doch fortwährendes Steigen des Dampfdruckes beobachtet werden.

In Zusammenhang mit diesem interessanten Resultat, das sich vollkommen bei den Resultaten mit Phosphor, Schwefelsäures-anhydrid und Aluminiumchlorid anschliesst, war es wichtig zu untersuchen, ob nun auch gezeigt werden könnte, dass das Destillat, wenigstens anfangs, einen zu hohen Dampfdruck besitzt.

Zu diesem Zweck wurde derselbe Apparat mit derselben Füllung d.h. mit dem Destillationsrest, welcher anfangs einen viel zu niedrigen Druck zeigte, benutzt. Die Erwägung, welche uns beim folgenden Experiment leitete, war diese: Wenn man in einem geschlossenen Raum einen Teil des Stoffes nach einer anderen Stelle in demselben Raum destilliert, und das Sublimat einen anormal hohen Dampfdruck besitzt, so ist es möglich, obwohl der Rest einen zu niedrigen Dampfdruck besitzt, dass der Druck, welcher bei einer bestimmten Temperatur im Apparat herrscht, und der natürlich zwischen den Dampfdrücken des Sublimats und des Restes liegt, anormal hoch ist. Das wird der Fall sein können, wenn nur ein kleiner Teil abdestilliert ist und wenn die Sublimationsgeschwindigkeit relativ klein ist.

Jedenfalls schien es sehr der Mühe wert, den Versuch auszuführen. Dazu wurde der Apparat jetzt nur bis zu  $N$  in das Bad von  $300^\circ$  gebracht und ein Luftstrom von Zimmertemperatur gegen den herausragenden Teil des Rohres  $D$  geblasen. Als sich dort eine genügende Menge des Sublimats abgesetzt hatte, wurde der Apparat wieder bis zu  $M$  in das Bad eingetaucht und der Dampfdruck bei verschiedenen Temperaturen gemessen.

Das Resultat ist in Tabelle VI angegeben.

Weil das Experiment ergibt, dass sich aus dampfförmigem Arsentrioxyd immer die oktaedrische Form absetzt, haben wir den gefundenen Dampfdruck mit demjenigen der oktaedrischen Modifikation und oberhalb deren Schmelzpunkt mit der Flüssigkeit verglichen. Aus der letzten Spalte sieht man nun, dass der beobachtete Dampfdruck nach der partiellen Abdestillation in dem geschlossenen Apparat viel höher war als der Dampfdruck der oktaedrischen Modifikation, bzw. der Flüssigkeit. Dass diese Druckerhöhung durch einen Zustand verursacht wurde, welcher stark ausserhalb inneren Gleichgewichts war, folgt hieraus, dass die Dampfdruckerhöhung bei Steigen der Temperatur, nachdem diese bis zu  $284.7^\circ$  zugenommen hatte, bei höheren Temperaturen wieder abnahm um erst bei  $326.9^\circ$  Null zu werden. Bei dieser Temperatur war die unäre Dampfdruckkurve der Flüssigkeit erreicht und das innere Gleichgewicht in der gebildeten Flüssigkeit also wieder eingestellt. Bei Sinken der Temperatur bis

TABELLE VI.

<i>t</i>	<i>T</i>	Dampfdruck <i>p</i> der oktaedrischen Mod. resp. Flüssigkeit bei unärem Verhal- ten in mm Hg.	Dampfdruck <i>p'</i> nach partieller Abdestillation im geschloss. App.	$\frac{1}{T}$	<i>Log p'</i>	$p' - p$ in mm Hg.
243.1	516.3	5.5	39.4	0.001936	1.595	33.7
248.2	521.4	7.5	43.3	1918	1.636	35.8
253.4	526.6	9.9	47.4	1899	1.675	37.5
258.5	531.7	13.0	50.9	1881	1.707	37.9
263.8	537.0	17.6	57.0	1862	1.756	30.4
269.0	542.2	22.7	61.0	1844	1.785	38.3
274.2	547.4	27.6	65.7	1827	1.817	38.1
279.3	552.5	31.7	69.2	1810	1.840	37.5
284.6	557.8	35.5	74.2	1793	1.870	38.7
289.8	563.0	40.8	77.7	1776	1.890	36.9
295.1	568.3	45.8	80.4	1760	1.905	34.6
300.3	573.5	51.1	79.5	1744	1.900	28.4
305.5	578.7	58.3	79.5	1728	1.900	21.2
310.8	584.0	64.6	77.7	1712	1.890	12.8
315.7	588.9	71.6	75.9	1698	1.880	4.8
320.5	593.7	81.3	83.3	1682	1.921	2.0
326.7	599.9	90.4	90.3	1667	1.956	0.1
310.8	584.0	64.6	64.6	1712	1.810	0.0
300.3	573.5	51.1	50.7	1744	1.705	0.4
284.6	557.8	35.5	35.5	1793	1.550	0.0
263.8	537.0	21.6	21.6	1862	1.334	0.0
253.4	526.6	16.4	16.4	1899	1.215	0.0

zu  $253^{\circ}$  wurden denn auch wieder Dampfdrücke der unären Flüssigkeit gefunden. Die so erhaltene Dampfdruckkurve ist in den Figuren 3 und 4 mit *LM* angegeben. Diese beiden Experimente, welche verschiedene Male qualitativ immer mit demselben Resultat wiederholt sind, schliessen sich einander vollkommen an und beweisen aufs deutlichste die Komplexität des kristallisierten Arsentrioxyds.

Theoretische Betrachtungen werden in der nächsten Abhandlung gegeben werden.

### Zusammenfassung.

Es wurde die  $P$ ,  $T$ -Figur des Arsentrioxyds, welche nur zu einem sehr kleinen Teil annähernd bekannt war, zwischen  $240^\circ$  und  $380^\circ$  genau bestimmt. Unterhalb  $240^\circ$  waren die Dampfdrücke zu klein, um diese genau messen zu können. Doch können wir sagen, dass wahrscheinlich unterhalb ungefähr  $200^\circ$  die oktaedrische  $\beta$ -, und oberhalb dieser Temperatur die monokline Modifikation  $\alpha$  der stabile feste Aggregatzustand ist.

Der stabile Tripelpunkt  $S_\alpha + L + G$  wurde bei  $312.3^\circ$  und **66.1** mm Hg gefunden. Auch der metastabile Tripelpunkt für  $S_\beta + L + G$  der oktaedrischen Modifikation konnte realisiert werden und liegt bei **272.1** $^\circ$  und **26.1** mm Hg. Weiter konnte bei sehr langsamem Arbeiten im metastabilen Gebiet eine Umwandlung der  $\beta$ -Modifikation in eine bisher noch unbekannte  $\gamma$ -Modifikation erhalten werden, und diese metastabile  $\gamma$ -Modifikation erreicht ihren Tripelpunkt  $S_\gamma + L + G$  bei **289.6** $^\circ$  und **40.7** mm Hg. Die Lage dieses metastabilen Tripelpunktes war mit grosser Genauigkeit zu bestimmen, weil die Dampfdrucklinie der Flüssigkeit bis weit in das unterkühlte Gebiet zu verfolgen war.

Es gelang, die metastabile oktaedrische  $\beta$ -Modifikation  $20^\circ$  über den metastabilen Tripelpunkt  $S_\beta + L + G$  zu erhitzen, ohne dass Schmelzen eintrat. Bei höheren Temperaturen trat aber eine langsames Schmelzen ein; die Dampfdruckkurve ging durch ein Maximum, um schliesslich die Dampfdruckkurve der Flüssigkeit zu erreichen.

Die interessantesten Resultate wurden erhalten bei den Versuchen, welche ausgeführt wurden, um zu untersuchen, ob sich hier die Komplexität des festen Zustandes experimentell nachweisen liess. Es ergab sich dabei erstens, dass nach einer partiellen Destillation der monoklinen Modifikation der Rest einen viel niedrigeren Dampfdruck, als die unäre monokline Modifikation, vor der Abdestillation, bei derselben Temperatur besass, und dass der Dampfdruck des Restes bei Temperatursteigerung stark zunahm, sodass er bei ungefähr  $295^\circ$  wieder die Dampfdruckkurve der unären monoklinen Modifikation erreicht hatte.

Und zweitens wurde ein Teil derselben Substanz in demselben geschlossenen Apparat nach einer anderen Stelle destilliert und dann der Druck im Apparat bestimmt. Es stellte sich nun heraus, dass der Dampfdruck relativ stark gestiegen und sogar viel höher als der Dampfdruck der metastabilen unären oktaedrischen Modifikation und der unterkühlten Flüssigkeit war. Hieraus folgt, dass der Dampfdruck des Destillats sehr viel höher war als derjenige des Restes. Nach höheren Temperaturen nahm der Druck im Apparat immer weniger zu, erreichte einen Maximum und sank dann, um bei etwa  $316^\circ$ , also  $4^\circ$  oberhalb des stabilen Tripelpunktes  $S_\alpha + L + G$ , die Dampfdruckkurve der Flüssigkeit zu erreichten.

Aus den hier genannten Versuchsergebnissen folgt, dass die monokline

Modifikation eine Mischkristallphase in innerem Gleichgewicht ist, und dass diese Mischkristallphase sich bei partieller Destillation als eine gewöhnliche Mischkristallphase verhält und also sehr deutlich ihre Komplexität zeigt. Hoffentlich werden die schon in Angriff genommenen Röntgenuntersuchungen uns etwas mehr über die sich ausserhalb inneren Gleichgewichts befindenden Mischkristallzustände lehren können.

*Laboratorium für  
allgemeine und anorganische Chemie der  
Universität.*

*Amsterdam, 20 Oktober 1931.*

**Anatomy.** — *The cellmasses in the telencephalon and diencephalon of the Rattle Snake, Crotalus atrox.* By FR. J. WARNER, M.D. (Communicated by Prof. C. U. ARIËNS KAPPERS.)

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

The study of the brain of this snake was undertaken with the object of forming a basis of comparison of the ophidian brain with that of the other reptiles, the data concerning the brain of snakes being very scanty.

The central nervous relations in these animals have never been described systematically. A. MEYER ('92, '95) has made some interesting observations on the arrangements of the cells in the cortex, RABL—RÜCKHARD ('94) briefly described the fornix system, EDINGER ('96, '99) gave us some notes on the brain of *Tropidonotus natrix*; KAPPERS and THEUNISSEN ('08) gave a drawing of the forebrain commissures and cortex in *Zamenis*, DE LANGE ('11) produced photographs of the *Cobra* and *Boa constrictor* brain and a wax reconstruction of the forebrain of *Eunectes murinus*, VAN VALKENBURG ('11) gave us a minute description of the mesencephalic trigeminus nucleus in *Eunectes* and KAPPERS ('20) a drawing of this root in *Boa constrictor*. Finally ROSE ('23) gave a description of the cortex and striatum in *Tropidonotus natrix* and *Boa constrictor*.

Apart from these scattered notes no data are available on this subject.

In the following pages the fore- and tweenbrain of the rattlesnake will be compared especially with the lizard's brain, the Lacertilia being the nearest relatives of the Ophidia.

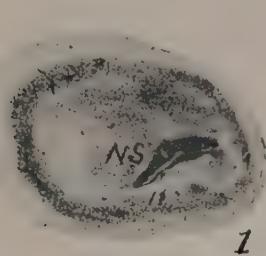
For this purpose a transverse and a sagittal series of the brain of *Crotalus atrox* were stained with the Nissl method, and the most instructive sections photographed.

### *Telencephalon.*

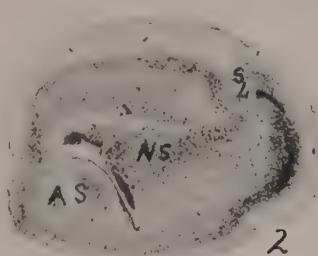
In its most frontal part (fig. 1 and 2) the forebrain is surrounded on all sides by a cortical layer, the cortex of the lobus olfactorius anterior, the cells of which are more crowded on the lateral side. The olfactory ventricle is a small oblique split in the ventro-medial part. The ventro-medial intraventricular protrusion (A.S.) continues further backward (fig. 3 and 4) in what may be the *nucleus accumbens septi* of other authors. (KAPPERS, DE LANGE, HERRICK, CROSBY). The larger dorso-lateral intraventricular protrusion (N.S.) continues backward in the neostriatum and may be compared to the crus epirhinicum of the striatum as described by HIS in mammalian embryos, lying on the dorso-lateral side of the

FR. J. WARNER: THE CELLMASSES IN THE TELENCEPHALON AND DIEN-  
CEPHALON OF THE RATTLE SNAKE, *CROTALUS ATROX*.

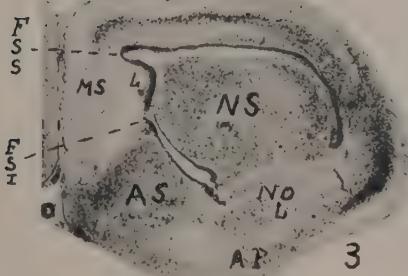
PLATE I.



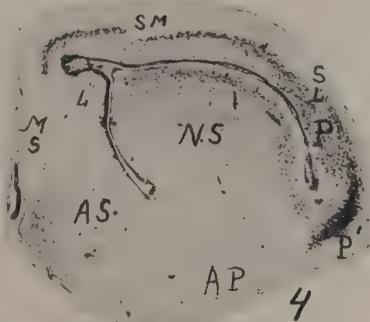
1



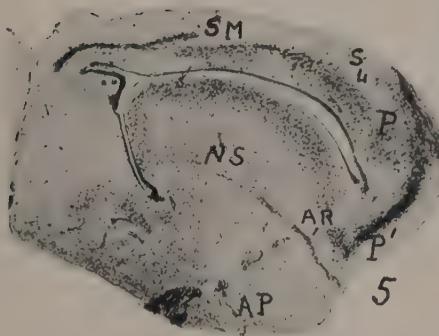
2



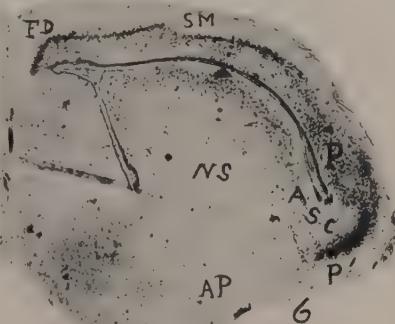
3



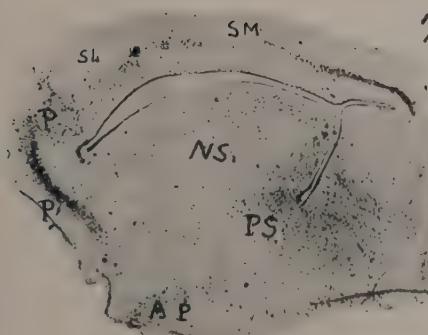
4



5



6



7



8



olfactory ventricle. In fig. 2 its cells show a continuity with the dorsal cortex cells (cf. also fig. 3 FREDERIKSE).

While in fig. 1 the cortex is still practically continuous in fig. 2 the condition has changed in so far as in the cortical layer a distinct break is visible on the dorso-lateral side (*superpositio lateralis*, S.L.). This superposition of layers at the lateral side remains along the whole hemisphere and only disappears near the caudal pole (fig. 11 and 13). In fig. 2 the medial cortex is still continuous from the basis to the top of the brain. This, however, changes in fig. 3, where the real *septum* develops between the fissura septalis superior (F.S.S.), its limit with the cortex, and the fiss. septalis inferior (F.S.I.), its limit with the nucleus accumbens. The cells of the septum are less crowded than those of the nucl. accumbens and can be divided in a larger medial (M.S.) and smaller but denser lateral group (L), as described in other reptiles (HERRICK, RÖTHIG, CROSBY, FREDERIKSE). The medial group is not sharply separated from the deeper medio-dorsal cortex cells.

This may be the reason that some authors (JOHNSTON, HERRICK) accepted the presence of an undifferentiated primordium hippocampi between the hippocampus proper and the septum. It seems more justified however to consider this as a part of the septum in Reptiles.

The neostriatum N.S. is quite distinct in fig. 3 and 4, being separated dorsally and laterally from the cortex. The lateral cortex plate does no more continue in its laminated arrangement in the ventral wall of the hemisphere. Its cortical arrangement ends with the more crowded layer P', visible already in the preceding sections. These crowded cells are covered by a deeper zonal layer than the other parts of the cortex. The basis of the brain, the *area parolfactoria* (A.P., ROSE's field S) contains widely scattered cells, more or less separated from the neostriatum by fiber tracts (pale spots), while part of them form the nucl. tr. olfactorius lateralis (N.O.L.) of CROSBY. The arrangement of the cells in the nucl. accumbens is very much the same as in the neostriatum.

Whereas the dorso-medial cortex layer is still continuous in fig. 3, fig. 4 shows a new feature by the occurrence of *superpositio medialis* (S.M.), establishing a break between the medio-dorsal cortex layer and the dorsal one. The type of cells in both is still very much the same here, but further backward the cells in the medial part of the medial cortex keep a smaller size, while those in its dorsal part as those in the dorsal layer are larger and less crowded. Figures 5 and 6, show the same but are interesting on account of the sharp limitation of the lower lateral cortex, from the cells of the *area parolfactoria* by an artery (A.R.) penetrating into the neostriatum (N.S.). In these figures the nucl. accumbens septi, though still present, is no more so distinct as it is more frontally (especially in fig. 3).

In the neostriatum the dorso-lateral cells are larger and form a cap on the smaller central cells. The larger cells are very evident near the

sulc. superstriatalis of HINES or pallio-striatal angle (angulo-striatal cells, A.S.C. fig. 6). The cortex between this angle and the superpositio lateralis shows a striking thickening (P=area praepiriformis communis of ROSE), not present more ventrally with the darkly stained and more crowded cells of the ventro-lateral cortex (P').

This thickening of the cortex already starts frontally (cf. fig. 3 and the sagittal section in fig. 19) and continues until the end of the attachment of the archistriatum to the pallium. Its occurrence apparently has to do with the origin of the cortico-striatic connections (cf. also W. HERMAN) that may arise from the deeper larger cells of this thickening (P), usually called the piriform cortex, perhaps better called praepiriform cortex (ROSE).

Fig. 8 shows the spherical or rather horseshoelike nucleus (S P.N.) of the archistriatum. It appears however, that also the angulo-striatal cellgroup (A.S.C.) forms part of the archistriatum. Its increase coincides with the decrease of the neostriatum. In this figure (8) the ventrally crowded cells P' of the lateral cortex have gone, but the thicker lateral cortex P remains as far backward as the archistriatum (ROSE's K) with its angulo-striatal nucleus is attached to the cortex<sup>1)</sup> (cf. fig. 8—13). More scattered cells, representing CROSBY's diagonal band (D.B. fig. 9) extend from this cortex into the area parolfactoria.

In fig. 8 and 9 the last rest of the neostriatum N.S. is visible, its limit with the archistriatum being indicated by the *archi-neostriatal fissure* (F.A.) occurring also in Varanus salvator (KAPPERS) and Var. bengalensis (ROSE<sup>2)</sup>). Underneath it the paleostriatum P.S. (ROSE's field H l.c. fig. 23) is seen. Fig. 10 and 11 show its continuity with the peduncular nucleus (P.E.).

In fig. 9—11 in addition to the medial and lateral septum nuclei underneath the medial one another group of cells occurs adjacent to the commissura anterior (c.a.). This is the *paraterminal nucleus* of FREDERIKSE, thus named as it appears right in front of the lamina terminalis. The commissura anterior seems to divide the paraterminal nucleus in a supra- and infra-commissural part, the latter continuing in the dorsal superficial cells (D.S.C. fig. 11) of the tuberculum anterius thalami ventralis of HERRICK (see below).

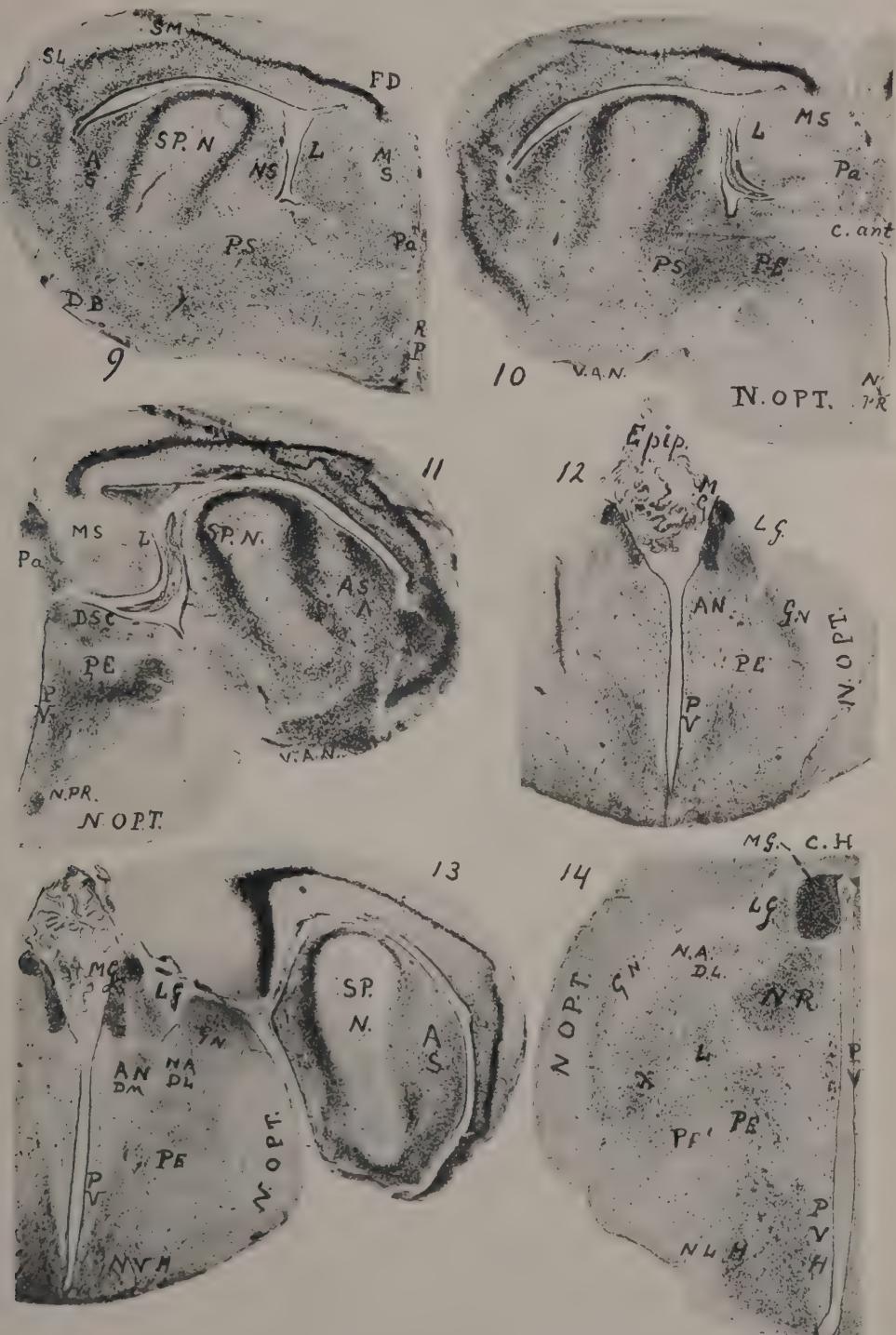
In fig. 11, in which the lower opening of the spherical archistriatum nucleus is closed a new group of cells occurs underneath it at the basis, the nucleus ventro-medialis of CROSBY and HINES, the ventral amygdaloid nucleus of CAIRNEY which is continuous with the angulo-striatal nucleus

<sup>1)</sup> Also FREDERIKSE in his Atlas of the lizards brain gave a photograph of the connection of the lateral (his piriform) cortex with the large lateral cells of the archistriatum (see his fig. 9). According to HINES the connection of the piriform cortex with the peripheral cells of the neostriatum is a secondary one only arising in a later stage of development in Sphenodon.

<sup>2)</sup> Not designated though in his figure 23.

FR. J. WARNER: THE CELLMASSES IN THE TELENCEPHALON AND DIEN-  
CEPHALON OF THE RATTLE SNAKE, *CROTALUS ATROX*.

PLATE II.





of the archistriatum (cf. FREDERIKSE's cortex lateralis<sup>1</sup>) joining the archistriatum, i.c. fig. 10). In this snake this nucleus is well limited from the lateral cortex.

Where the foramen Monroi opens from right to the left (fig. 11) a large part of the septum continues over the foramen. It seems as if also a part of the paraterminal nucleus continues in the supraforminal septum, together with the caudal continuations of the medial and lateral septum nuclei. A closer examination however shows that the continuation of the paraterminal nucleus in the supraforaminal septum is only scanty, the supraforaminal or fimbrial septum consisting practically only from the medial and lateral septum nuclei, which soon fuse (cf. fig. 13, where this fimbrial part is much reduced).

In fig. 19 I give a sagittal section of the forebrain, showing the relation of the neostriatum (N.S.) and archistriatum, its spherical nucleus (S.P.N.) as well as its angulo-striatal cells. The archistriatum is limited from the neostriatum by the fiss. archi-neostriatica (F.A.N.). Underneath both the area parolfactoria (A.P.) and part of the paleostriatum are seen. Frontally the superpositio lateralis (S.L.) the thick piriform cortex (P) and the thinner, more crowded cells of the ventro-lateral cortex (P') are seen. Somewhat behind the latter, separated from it by a pale spot the nucleus olfactorius lateralis (N.O.L.) of CROSBY.

### *Diencephalon.*

In the most frontal part of the *diencephalon* on the level of the foramen Monroi in the tuberculum anterius thalami ventralis of HERRICK, we may distinguish some dorsal superficial cells (fig. 11: D.S.C.) from larger deeper cells (P. E.), the latter extending from the telo-diencephalic bridge to the centre of this region bordering there immediately on the periventricular nucleus (P.V.). The deeper cells are the caudal continuation of the paleostriatum (P.S., fig. 10) and remain related to the forebrain peduncle as first described by KAPPERS and THEUNISSEN (1908). More caudally the superficial cells increase in number and gather in the nucleus striae thalamicae dorsalis, which again continues in the lateral cellgroup of the ganglion habenulae (fig. 12 L.G.), the medial group of which (M. G.) consists of more crowded cells (fig. 12). In the same figure a new group of cells (G.N.) appears lying in the concatavty of the optic tract lateral to the lateral habenular nucleus and more ventrally. Medially to this *geniculate ganglion*, underneath the gangl. habenulae, the cells form a more or less defined group A.N. which may be homologous to the nucl. anterior thalami of the Lizard (cf. FREDERIKSE) continuing into the nucl. anterior dorso-medialis of HUBER and CROSBY (fig. 13 A.N.D.M.).

<sup>1</sup>) Whether this nucleus may be considered as a derivative of the lower end of the cortex lateralis, I do not know. Miss HINES as well as FREDERIKSE observed connections of this nucleus with the lateral cortex.

This nucleus is smaller and less separated from the rotundus nucleus as in Lizards.

More caudally (fig. 13), the geniculate nucleus becomes less compact extending further medially, but it may be well distinguished from the anterior dorso-lateral nucleus (N.A.D.L.), appearing in these sections (fig. 13 and 14).

Among the peduncular cells of these sections some very large ones occur. The ganglia habenulae are very evident in fig. 13, the lateral nucleus as well as the medial one, the latter showing a constriction in its upper half, due to the bundle of the habenular commissure.

More backward (fig. 14) the lateral habenular ganglion decreases, while the medial one, covered here by the habenular commissure (C.H.), increases. The large more circumscript *nucleus rotundus* has taken the place of the medial anterior nucleus. In the lateral cell masses of the thalamus two groups may be observed, one consisting of larger cells (G. N.) laying against the optic tract and a larger group of slightly smaller cells medially to it, the nucl. anterior dorso-lateralis (N.A.D.L.) of HUBER and CROSBY (nucl. anterior lateralis of FREDERIKSE, l.c. fig. 15). Another group, ventrally to the latter, wedging in between the suprapeduncular and rotundus nucleus may correspond to the lateral nucleus of DE LANGE and FREDERIKSE (L, not to be identified with the lateral thalamic nucleus of mammals). Laterally to the peduncle (P.E.) itself, there is another group, indicated by X, the character of which is not clear to me. It seems to correspond to FREDERIKSE's nucl. suprapeduncularis (cf. l.c. fig. 17 and 18) but further backward continues into the nucl. of the basal optic tract (cf. my fig. 15 and 16).

The hypothalamus appears in this section and shows a large mass of cells, divided in a lateral (N.L.H.) and medial periventricular group (P.V.H.), the latter being continuous with the large peduncular cells (P.E.).

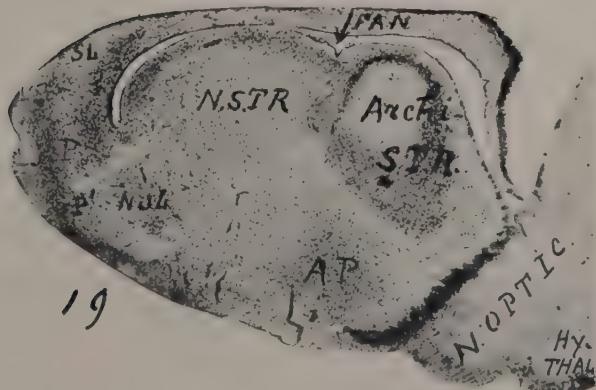
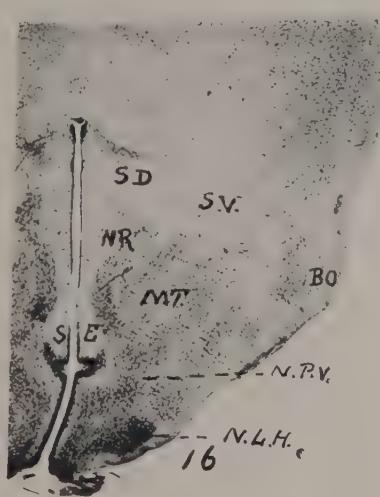
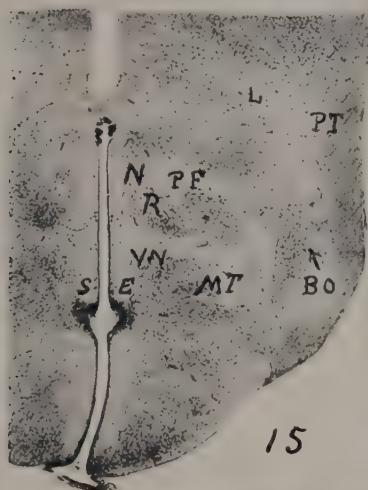
Fig. 15, a section through the posterior commissure and the subcommissural organ shows, in addition to the thickened ependyma of the latter the more ventral secreting ependymal proliferation (S.E.) described by KAPPERS, CHARLTON and CRAIGIE in other Sauropsida. Cytotectonically this region shows various changes. The nucl. rotundus (N.R.) has become thinner and higher. Whereas in the lizard the greatest diameter of the rotundus nucleus in this region is the horizontal one, here it is the vertical one. In both however its ventro-lateral edge extends further laterally than the dorsal part of the nucleus. The rotundus nucleus is passed laterally by the fasc. retroflexus which is surrounded by the *perifascicular cellgroup*<sup>1)</sup> of HUBER and CROSBY the cells of which are less crowded (P.F.).

The large periventricular cells, so numerous still in fig. 14, have gone, the periventricular region above the secreting ependyma being quite pale.

<sup>1)</sup> Possibly the perifascicular cellgroup is a more loosely arranged part of the rotundus, its cells being dispersed by the fasciculus retroflexus.

FR. J. WARNER: THE CELLMASSES IN THE TELECEPHALON AND DIEN-  
CEPHALON OF THE RATTLE SNAKE, *CROTALUS ATROX*.

PLATE III.





Dorsolaterally to this ependymal spot immediately below the nucl. rotundus the cells are more numerous. This cellgroup may correspond to FREDERIKSE's ventral nucleus (V.N.), with which name no homology with the ventral thalamic nucleus is involved. Perhaps it is homologous to the *nucleus centralis a* in the cat as figured by WINKLER and POTTER in their atlas (l.c. plate XI). Especially the relations of this large celled nucleus in the lizard are in favor of this homology. Whether or not it corresponds to the nucl. diagonalis described by HUBER and CROSBY in the Alligator I dare not say.

The reticular cells of the mesencephalic tegmentum have appeared, and this level, (M.T.), more pronounced in fig. 16, marks the beginning of the mesencephalic tegmentum.

In the hypothalamus many cells occur. In fig. 15 they do not show a differentiation in groups as they do more frontally (fig. 14) and caudally (fig. 16). Dorso-laterally to the tegmentum a cellgroup occurs separated from the periphery by the optic fiber tract. This cellgroup (B.O.), related to the cellgroup X in figure 14, is the nucleus of the *basal optic tract*, so conspicuous in *Crotalus horridus americana* and also in this animal. In fig. 15 between this nucleus and the tectum another large celled nucleus occurs: the *nucl. praetectalis*, bordering mediodorsally, under the tectum, on the *lentiform nucleus* of EDINGER and KAPPERS (L).

Fig. 16 contains the caudal end of the rotundus nucleus (N.R.) next the fasciculus retroflexus. As also the nucleus perifascicularis (P.F. fig. 15) ends here. This seems to prove that the latter really is closely associated with the former.

The posterior commissure is surrounded dorsally and ventrally by cells but only the ventral ones form a real nucleus (S.D.) homologous perhaps to the dorsal or medial spiriform nucleus of the lizard, as described by FREDERIKSE (l.c. fig. 17), but smaller. Laterally (more clearly at the left side of the section) it borders on cells (S.V.) larger as a group than the dorsal spiriform nucleus but less crowded. Whether or not this is the homologue of the ventral or lateral spiriform nucleus is difficult to tell.

The periventricular cells underneath the region in which in the preceding figure the ventral or central nucleus occurred continue along the ependyma (*filiform nucleus* of WINKLER and POTTER) into the periventricular hypothalamic nucleus (N.P.V.).

These are the main cellgroups of the diencephalon and praetectal region. Comparing them to the lizard, a striking difference is found in the smaller size of the anterior and especially of the rotundus nucleus, the latter of which is the homologue of the ventro-medial group of mammals. Whether this is to be correlated with the lack of extremities in snakes (the ventro-medial nuclear group in mammals being the lemniscus group for the head as well as for the body) is possible, but needs further control. Correlated with the smaller size of this cellgroup in the snake is the relatively smaller size of the neo-striatum in these animals. In *Varanus* (DE LANGE,

W. HERMAN) the neostriatum forms more, in *Crotalus* less than two thirds of the striatal complex. Yet the reduction in the neostriatum is less than in the anterior-rotundus nuclei.

The *midbrain* of this animal shows the same general features as in other Reptiles. Fig. 17 passes through the posterior part of the hypothalamus and shows the caudal end of the basal optic nucleus. Cells of origin (F.L.P.M.) of the medial longitudinal bundle are seen underneath the aquaeductus Sylvii.

Also the nucleus ruber, so well described by DE LANGE is seen in fig. 17 (N.Ru.). In the roof of the midbrain (laterally) a few cells (M.V.) of the mesencephalic trigeminus nucleus are lying. Most of the cells of this nucleus, are crowded in more caudal levels (cf. fig. 18) near the midline, as described by VAN VALKENBURG. Its most caudal group, coinciding with the end of the tectum, only occupies the dorsal midline in which sometimes 15 cells are seen in one section.

In fig. 18 large cells of the oculomotor nucleus (III) are seen and, dorso-laterally to the longitudinal fascicle, the smaller accessory cells of EDINGER—WESTPHAL (a), which however are not as numerous here and do not form such a distinct accessory nucleus as in lizards, *Varanus* especially (cf. KAPPERS).

At the lateral periphery a new cellgroup (N.L.M.) occurs belonging to the lateral lemniscus system: the lateral mesencephalic nucleus, comparable to the semilunar nucleus described in birds by MESDAG, KAPPERS, HUBER and CROSBY.

An interesting feature of this brain is the small size of the ganglion isthmi, that hardly protrudes. As this ganglion is so well developed in *Lacerta* (FREDERIKSE) *Varanus* and still more so *Chamaeleon* (KAPPERS, SHANKLIN) its reduction (as that of the cerebellum) may be due to the simple static relations in snakes, the ganglion isthmi forming the frontal pole of the static area of the oblongata, and establishing a link of this area with the tectum opticum.

#### BIBLIOGRAPHY.

CAIRNEY, JOHN (1926). A general survey of the forebrain of *Sphenodon punctatum*. Journ. of Comp. Neur. Vol. 42.

CHARLTON, H. H. (1928). A glandlike ependymal structure in the brain. These Proceedings, Vol. 31.

CRAIGIE, EDW. HORNE (1929). The cerebral cortex of *Apteryx*. Anat. Anzeiger, Bd. 68. — (1931). The cellmasses in the diencephalon of the humming bird. These Proceedings, Vol. 34.

CROSBY, ELIZABETH C. (1917). The forebrain of *Alligator mississippiensis*. Journ. of comp. Neur. Vol. 27.

DURWARD, ARCHIB. (1930). The cellmasses in the forebrain of *Sphenodon punctatum*. Journ. of Anatomy. Vol. 65.

EDINGER, L. (1896). Neue Studien über das Vorderhirn der Reptilien. Abhandl. Senckenb. Naturf. Ges. Bnd. 19.

——— (1899). Studien über das Zwischenhirn der Reptilien. Abhandl. Senckenb. Naturf. Ges. Bnd. 20.

FREDERIKSE, A. (1931). The brain of the Lizard, *Lacerta vivipera*. Dissertation. Amsterdam.

HERMAN, W. (1925). The relation of the corpus striatum and the pallium in *Varanus* and a discussion of their bearing on birds, mammals and man. Brain, Vol. 48. part III.

HERRICK, C. J. (1910). The morphology of the forebrain in Amphibia and Reptilia. Journ. of Comp. Neur. Vol. 20.

HINES, MARION (1923). The development of the brain in *Sphenodon punctatum*. Journ. of Comp. Neur. Vol. 35.

JOHNSTON, J. B. (1913). The morphology of the septum, hippocampus and pallial commissures in reptiles and mammals. Journ. of Comp. Neur. Vol. 23.

KAPPERS, C. U. ARIËNS and THEUNISSEN W. F. (1908). Die Phylogenese des Rhinen cephalons, des Corpus striatum und der Vorderhirncommissuren. Folia Neurobiologica, Bnd. 1.

KAPPERS, C. U. ARIËNS (1921). Vergleichende Anatomie des Nervensystems der Wirbeltiere und des Menschen. Teil 11. Firma Erven F. BOHN, Haarlem.

——— (1924). Tabulae anatomo-comparativa cerebri, Kosmos, publ. Co., A'dam.

DE LANGE, S. J. (1911). Das Vorderhirn der Reptilien. Folia Neurobiologica, Bnd. 5.

——— (1912). The red nucleus in Reptiles. These Proceedings, Vol. 1912.

——— (1913). Das Zwischenhirn und Mittelhirn einiger Reptilien. Folia Neurobiologica, Bnd. 7.

MEYER, ADOLF (1892). Über das Vorderhirn einiger Reptilien. Zeitschr. f. wiss. Zoologie, Bnd. 55.

——— (1895). Zur Homologie der Fornix commissur und des Septum lucidum bei den Reptilien und Säugern. Anat. Anzeiger, Bnd. 10.

MESDAG, T. (1908). Bijdrage tot de ontwikkelingsgeschiedenis van de structuur der hersenen bij het kippenembryo. Dissertation. Groningen.

RABL RÜCKHARD, H. (1894). Einiges über das Gehirn der Riesenschlange. Zeitschr. f. wiss. Zoologie, Bnd. 63.

ROSE, M. (1923). Histologische Lokalisation des Vorderhirns der Reptilien. Journ. f. Psychologie und Neurologie, Bnd. 29.

RÖTHIG, P. (1912). Die Zellanordnungen bei Amphibien mit besonderer Berücksichtigung der Septumkerne und ihr Vergleich mit den Verhältnissen bei *Testudo* und *Lacerta*. Verhandel. der Kon. Akademie v. Wetensch. Amsterdam, Deel 117.

SHANKLIN, W. (1930). The central nervous system of *Chameleon vulgaris*. Acta zoologica, Vol. 11.

SMITH, G. ELLIOT (1910). Arris and Gale lecture on some problems relating to the evolution of the brain, Lancet.

——— (1919). A preliminary note on the morphology of the corpus striatum and the origin of the neopallium. Journ. of Anatomy, Vol. 53.

UNGER, L. (1906). Das Vorderhirn des Gecko. Anat. Hefte (Merkel und Bonnet, Bnd. 31).

——— (1911). Das Vorderhirn des Alligators. Sitz. ber. der Kon. Akad. der Wissenschaft. Wien. Math. Naturk. Klasse. Bnd. 120.

VAN VALKENBURG, C. T. (1911). Zur vergleichenden Anatomie des mesencephalen Trigeminusanteils. Folia Neurobiologica, Bnd. 5.

WINKLER, C. and POTTER, A. (1912). An anatomical guide to experimental researches on the cat's brain, Versluyts, Amsterdam.

YOUNG, A. W. (1926). The comparative anatomy of the septum pellucidum. Psychiatrische en Neurol. Bladen, Amsterdam.

**Botany.** — *Plasmatic influences upon the inheritance in Vicia Faba. II.*

*Different plasmatic reactions upon identical genotypes.* By M. J. SIRKS. (Instituut voor Plantenveredeling, Wageningen.) (Communicated by Prof. J. C. SCHOUTE).

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

In an earlier publication (Proc. vol. 32, p. 1066—1084) it has been shown that the leafdimensions in the broad bean (*Vicia Faba L.*) fundamentally are dependent on the activities of a series of quadruple allelomorphs,  $G_1—G_4$ , to which the influences of some other factors ( $W$  for leafwidth,  $B$  and  $T$  for leaflength) may be added. Further researches on the inheritance of quantitative characters in *Vicia Faba* have proved, that these four  $G$ -factors build up a series of growth-factors which are at the base of various growth-processes, thus influencing the dimensions of stems, leaves, fruits and seeds. The inheritance of stemlength could be considered as the result of a cooperation between two different factors: the factors for general growth-intensity  $G_1—G_4$  and a series of triple allelomorphs  $I_1—I_3$  which seem to fix the number of internodes. Leaves as to their dimensions are dependent on the factors discussed in the paper above mentioned. The dimensions for fruits in the main are caused by the same factors, which influence leafdimensions; i.e. fruitwidth by the factors  $G_1—G_4$  and  $W—w$ , while for the length of fruits the factors  $G_1—G_4$  together with  $B—b$  and  $T_2—T_1—t$  are responsible. Here however the differences in activity between  $B$  and  $T$  could not be observed, since a line of greatest width was undeterminable; at the other hand the internodal factors  $I_1—I_3$  seem to cause also the number of available ovules in each fruit, and in this way they slightly influence the fruit-length.

Thus these  $G$ -factors may be considered as highly pleiotropical; their activity can be observed in various organs. This pleiotropy of the  $G$ -factors is proven by the determination of correlations in those crosses in which both parents have been different for the  $G$ -factors only, while the other factors were identical. Such correlations have been found in a number of crosses; one example is shown in table 1, in which the segregations and correlations for stemlength, leaflength and fruitlength are given. The parents, strains 5 and 6, which have produced this cross 35, had the formulas  $G_3\ wbt\ I_3$  and  $G_4\ wbt\ I_3$ , the  $F_1$  being heterozygous for the  $G$ -factor only. The data in these correlation-tables show very clearly that the segregations for both parts of the leaflength and those for stemlength resp. fruitlength do run along entirely parallel lines.

As regards the  $G$ -factors the reciprocal crosses within the subspecies

TABLE 1.

Segregations in and correlations between stemlength, leaflength and fruitlength in cross 35  
(Strain 5, G<sub>3</sub> wbt I<sub>3</sub> × Strain 6, G<sub>4</sub> wbt I<sub>3</sub>).

Segregation in stemlength. Class 1 = 61—65 cm. Class 10 = 106—110 cm.

Generation	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Strain 5	30	5	6	9	8	1	1				
Strain 6	40						6	17	14	3	
First	8							3	2	3	
Second	141	1	3	17	10	7	27	53	15	7	1

Segregation in leaflength. Class 1 = 2.26—2.50 cm. Class 10 = 4.51—4.75 cm.

Leafpart	Generation	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Basal	Strains 5/6	2			1					1		
	First	8						1	1	2		
	Second	141	4	15	16	2	5	27	39	25	3	5
Terminal	Strains 5/6	2			1					1		
	First	8					1	3	2	2		
	Second	141	7	16	14	1	3	30	41	22	3	4

Segregation in fruitlength. Class 1 = 10.6—11.0 cm. Class 8 = 14.1—14.5 cm.

Generation	n	1	2	3	4	5	6	7	8
Strain 5	30	3	11	13	3				
Strain 6	40				2	15	13		6
First	8				1	3	4		4
Second	141	6	13	15	14	40	31	17	5

Correlations between stemlength and leaflength.

Stem-length	Basal leaflength										Terminal leaflength										n
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1										1										1
2	2	1									2	1									3
3	2	10	5								3	9	5								17
4		3	7	2	1						1	5	4								10
5			4	2	1						1	5	5								7
6						9	11	7													27
7						4	16	19	14												53
8						2	8	1	1	3											15
9							1	3	2	1											3
10								1													1
n	4	15	16	2	5	27	39	25	3	5	7	16	14	1	3	30	41	22	3	4	141

Correlations between fruitlength and leaflength.

Fruit-length	Basal leaflength										Terminal leaflength										n
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	2	3								1	3	2								6
2	2	4	6	1							3	7	3								13
3	1	7	6	1							3	4	7	1							15
4		2	1								2	1									14
5				1	12	13	12	1	2			1		2	8	20	6	1	2		40
6					3	8	11	6	1	2			1	12	8	9	1				31
7						3	8	4	1	1				5	6	4	1	1			17
8						1	1	2	1					2	2	1					5
n	4	15	16	2	5	27	39	25	3	5	7	16	14	1	3	30	41	22	3	4	141

Vicia Faba major gave wholly identical results; no differences in stem-length, leafdimensions or fruitdimensions could be observed. The same holds good with regard to the crosses within the minor-group. In major-minor-crosses however the results were quite different. The crosses involved in these researches were the following ones:

- 10 and 10a. Parental strains  $4(G_2wbB_1T_2I_3) \times 15(G_4W_1btI_3)$
- 11 and 11a. Parental strains  $14(G_2wbI_1) \times 15(G_4W_1btI_3)$
- 24 and 24a. Parental strains  $4(G_2wbB_1T_2I_3) \times 16(G_3W_1btI_3)$
- 33 and 33a. Parental strains  $11(G_1wbT_1I_2) \times 15(G_4W_1btI_3)$
- 72. Parental strains  $8(G_3W_1B_1tlI_3) \times 16(G_3W_1btI_3)$

Thus all these crosses were heterozygous for the G-factor, while some of them added a heterozygous condition of other factors by which the segregations in  $F_2$  were more complicated.

The results for stemlength in these crosses have been summarized in table 2; those for the dimensions of leaves in table 3 and those for fruit-length in table 4.

Among the data for stemlength given in table 2, first of all those from cross 72 are interesting. For both parents, strains 8 and 16, identical genotypical formulas for stemlength had been found ( $G_3I_3$ ) but nevertheless the minor-strain 16 appeared to have phenotypically much longer stems than the major-strain 8 had; their  $F_1$ -generation showed the same variability like the major-mother did, sothat the shortest stemtype seemed to be dominant; the spread of the  $F_2$ -generation was about the same. According to this result, one would be inclined to conclude that stemlength should be a character of entirely maternal inheritance, without any influence by the father. It is to be regretted that the reciprocal cross between these strains failed sothat no further evidence in favour of this conclusion could be obtained.

The next cross interesting is cross 24/24a, the parents of which were identical as far as their I-factor is concerned, but heterozygous for the G-factor (major-parent  $G_2$ , minor-parent  $G_3$ ). In case this minor-plant acted as mother, the  $F_1$  had the same length as this mother showed, while the  $F_2$ -generation seemed to be of the same type. So here again this cross seemed to prove maternal inheritance. The reciprocal cross ( $G_2I_3$ -major  $\times G_3I_3$ minor) however showed that this was not so: the  $F_1$  was intermediate between both parents, but was of the same length as major-plants with the  $G_3I_3$ -formula. Thus it is proven that the genotype is not entirely maternal. For the  $F_1$  had as formula  $G_3G_2I_3I_3$ ; its phenotype is identical to that of  $G_3I_3$ -plants with major-plasm and the spread of the  $F_2$ -generation combines the variability of  $G_3I_3$  with that of  $G_2I_3$  in major-plasm. From this the conclusion may be drawn, that the genotype of the  $F_1$ -plants and the genotypes of the segregates are quite according to the expectations, but that the phenotypical appearance is strongly influenced by the plasm of the motherplant.

T A B L E 2.  
*Segregations for stemlength in Major-Minor-Crosses (Dimensions in cm.)*

Cr.	Parents or Gen.	n	6	11	21	31	41	51	61	71	81	91	101	111	121	M.
			10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	
10	4	29				5	18	6								45.95
	15	49									2	27	20			108.83
	F <sub>1</sub>	5								2	2	1				92.50
	F <sub>2</sub>	192				3	33	14		2	19	112	8			
10a	F <sub>1</sub>	6										4	2			107.50
	F <sub>2</sub>	171						1	10	29	3	73	53	2		
11	14	69	7	27	33	2										19.69
	15	49									2	27	20			108.83
	F <sub>1</sub>	7								1	6					93.21
	F <sub>2</sub>	253	1	12	1	10	70	20	1	1	31	104	2			
11a	F <sub>1</sub>	3										2	1			109.16
	F <sub>2</sub>	129						2	5	18	32	5	48	19		
24	4	29				5	18	6								45.95
	16	47								8	34	5				93.58
	F <sub>1</sub>	6						1	5							73.33
	F <sub>2</sub>	130				3	21	11	20	63	12					
24a	F <sub>1</sub>	5								1	4					93.30
	F <sub>2</sub>	121							9	37	70	5				
33	11	64	1	22	33	8										22.10
	15	49									2	27	20			108.83
	F <sub>1</sub>	4									4					95.00
	F <sub>2</sub>	137		1	9	22	3	8	19	2	8	55	10			
33a	F <sub>1</sub>	6										5	1			106.67
	F <sub>2</sub>	150						2	10	23	4	19	54	35	3	
72	8	42							16	18	8					72.74
	16	47								8	34	5				93.58
	F <sub>1</sub>	6							1	4	1					75.00
	F <sub>2</sub>	207						1	25	159	20	2				

TABLE 3.

*Segregations for leafdimensions in major  $\times$  minor-crosses. (W=leafwidth; B = basal lengthpart; T = terminal lengthpart; dimensions in mm.).*

TABLE 3. (Continued).

*Segregations for leafdimensions in major  $\times$  minor-crosses. (W = leafwidth; B = basal lengthpart; T = terminal lengthpart; dimensions in mm.).*

Cr.	Parents	Dim.	Gen.	10 15	15 20	20 25	25 30	30 35	35 40	40 45	45 50	50 55	55 60	60 65	65 70	70 75	75 80	80 85	85 90	90 95	
24	$4 \times 16$	W	P			1				1											
			1							6											
		B	P		2	7	26	21	4	50	18	2									
			1				1	1			5	1									
		T	P		2	3	7	28	19	10	47	16									
			1						1			1									
			2		3	5	17	8	1	13	12			2	31	34	4				
24a	$16 \times 4$	W	P			1				1											
			1							4	1										
		B	P		2	4	24	21	3	49	18										
			1				1	1			1	4									
		T	P		2	4	6	22	29	7	30	22	1								
			1						1			1									
			2		3	5	14	15		14	8			8	30	20	4				
33	$11 \times 15$	W	P	1															1		
			1															4			
		B	P	2	8	7	17		1	9	21	4		3	47	20					
			1								1	3									
		T	P	2	23	9	1	2	1	41	59	1									
			1								1							1	3		
			2		7	10	15	1	1	9	16	3			2	50	20	3			
33a	$15 \times 11$	W	P	1															1		
			1															6			
		B	P	2	9	5	20	3	2	10	19	1		9	57	15					
			1								1	5									
		T	P	2	27	8	3	1	1	44	58	8									
			1								1							6			
			2		13	15	9	1		6	24	7		7	45	23					

TABLE 3. (Continued).

Segregations for leafdimensions in major  $\times$  minor-crosses. (W = leafwidth; B = basal lengthpart; T = terminal lengthpart; dimensions in mm.).

Cr.	Parents	Dim.	Gen.	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
				15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	
72	$8 \times 16$	W	P																		
			1																		
			2							20	158	29									
			B	P					1		1										
		T	1																		
			2					16	38	15	125	13									
			T	P						2											
		T	1																		
			2					2	75	115	15										

The same conclusion may be derived from the facts produced by crosses 10 and 10a; the genotypical formulas of the parents were  $G_2I_3$  and  $G_4I_3$ : in the cross 10 with the major-plant as mother, the  $F_1$  had the same length as  $G_4I_3$  in major-plasm has, while in  $F_2$  this phenotype is repeated together with a group of  $G_2I_3$ -individuals. In the reciprocal cross 10a again the  $F_1$  is genotypically and phenotypically the same as the minor-mother ( $G_4I_3$ ): the  $F_2$  segregates into two groups, which are phenotypically identical with the minor-types of the formulas  $G_4I_3$  and  $G_2I_3$ .

Furthermore the same phenomena have been found in the other crosses 11 and 11a, 33 and 33a, though here the segregations have been more complicated by the additional heterozygous condition of the I-factors. Notwithstanding these complications, the data point to the same conclusion, which now can be given in this wording:

*The genotype for stemlength is caused by the cooperation of two factors G and I. The phenotypical appearance however of the G-factors is influenced considerably by the plasm of the mother-plant: the reaction of the minor-plasm upon the same genotype being much stronger than that of the major-plasm.*

The data for leafdimensions in the same crosses have been summarized in table 3; here a comparison between the various reciprocals did not detect any phenotypical difference; all three leafdimensions which have been studied showed the same character in the reciprocal crosses. The  $F_1$ -generations have been found to be phenotypically identical, while the segregations in the  $F_2$ 's have turned out in the same way.

Finally the results of the measurements of fruitlengths (table 4) showed again an important difference between the reciprocal crosses. Here however the behaviour of the reciprocals was just the inverse to that which has been found for stemlength. The  $F_1$ 's in major-plasm had considerably

T A B L E 4.  
*Segregations for fruitlength in major  $\times$  minor-crosses (Dimensions in cm.)*

Cr.	Parents or Gen.	n	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	M.
			6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
10	4	29									1	23	5					146.19
	15	49			6	36	7											84.43
	F <sub>1</sub>	5														2	2	182.50
	F <sub>2</sub>	192			2	5	5	4	8	16	46	13	21	42	28	2		
	F <sub>1</sub>	6					3	3										119.19
10a	F <sub>2</sub>	171	3	7	9	23	42	29	19	34	5							
	14	69		7	48	14												76.19
	15	49			6	36	7											84.43
	F <sub>1</sub>	7						1	3	3								127.50
	F <sub>2</sub>	253		2	12	22	35	40	21	77	37	7						
11a	F <sub>1</sub>	3			1	1	1											84.16
	F <sub>2</sub>	129	19	35	27	44	4											
	4	29									1	23	5					146.19
	16	47		19	23	5												71.97
	F <sub>1</sub>	6												1	3	2		165.84
24a	F <sub>2</sub>	130			1	3	4	8	22	16	20	24	29	3				
	F <sub>1</sub>	5					1	2	2									116.50
	F <sub>2</sub>	121		8	20	18	27	28	18	2								
	11	64		29	35													70.31
	15	49			6	36	7											84.43
33a	F <sub>1</sub>	4									1	2	1					143.75
	F <sub>2</sub>	137		14	17	1	2	2	10	24	34	30	3					
	F <sub>1</sub>	6				2	2	2										94.19
	F <sub>2</sub>	150	14	23	30	36	38	9										
	8	42									16	21	5					132.38
72	16	47		19	23	5												71.97
	F <sub>1</sub>	6							1	2	3							128.19
	F <sub>2</sub>	207						21	39	92	53	2						

longer fruits than those in minor-plasm produced. The spread in the  $F_2$ -generations showed the same phenomenon: in major-plasm the majority of the segregates belonged to higher classes than the reciprocals with minor-plasm did.

From the above the conclusion may be drawn, that *the plasm in major- and in minor-plants is different in this sense, that the minor-plasm when compared to the major-plasm reacts upon the same genotype for G-factors 1) more strongly as far as stemlengths are concerned, 2) in an equivalent way for leafdimensions, and 3) with a diminished intensity for the phenotype of fruitlength.*

Besides an analogous difference between both types of plasm has been observed as regards the reddish colour of the flowers (factor  $Z$ ) and the purple colour of the seeds (factor  $p$ ): in both cases the individuals with minor-plasm have been found to produce darker colours than the genotypically identical major-plants did. The details of this phenomenon will be discussed in the full treatise which will be published in due time.

---

**Botany.** — *Versuche zur Prüfung der Münchschen Theorie der Stoffbewegungen in der Pflanze.* Von TH. WEEVERS und J. WESTENBERG.  
(Communicated by Prof. J. C. SCHOUTE.)

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

In der DE VRIESSchen Festschrift des Recueil des Travaux botaniques néerlandais 1928 hat einer von uns<sup>1)</sup> eine Arbeit über den Stofftransport in der Pflanze veröffentlicht in der die Theorie E. MÜNCHS durch die Worte „diese Arbeit leitete eine neue Epoche in Bezug auf unsere Betrachtungen über Stoffwanderung in der Pflanze ein“ genügend charakterisiert wird.

Näher auf die Theorie einzugehen, musste durch Raumangst unterlassen werden, überdies war damals bloss die vorläufige Mitteilung MÜNCHS<sup>2)</sup> erschienen, sodass es angebracht war die abschliessende Arbeit abzuwarten.

Die Erscheinung letzterer, „die Stoffbewegungen in der Pflanze“, hat nun durchaus nicht jedes Bedenken beseitigen können, das die vorläufige Mitteilung rege gemacht hatte.

Allerdings ist die Theorie geistvoll und kühn erdacht und der Verfasser macht sie, indem er die Unzulänglichkeit anderer Theorien scharf betont, durch seine theoretische Betrachtungen und das Heranziehen allerhand physiologischer Tatsachen zwar sehr anziehend, unterlässt jedoch sie durch unzweideutige experimentelle Daten genügend zu stützen.

Leider ist es nun nicht eben leicht Versuche anzustellen, die ein endgültiges Urteil ermöglichen. Haben ja die Versuche SCHUMACHERS<sup>3)</sup> noch wieder aufs Neue die Bedeutung der Siebröhren für den Stofftransport in der Pflanze klargelegt, so ist damit die Theorie MÜNCHS noch durchaus nicht zur Sicherheit geworden.

Nach einiger Überlegung schienen uns die Versuche, bei welchen ein eventueller Wasseraustritt aus dem wachsenden Kambium konstatiert werden sollte, am meisten zur Prüfung der MÜNCHSchen Theorie geeignet. Wenn diese richtig sei, so müsste hier unbedingt ein deutlicher Wasseraustritt zu beobachten sein. Zwar erwähnt MÜNCH in seinem Buche mehrere Versuche in denen er Wasseraustritt aus dem Kambium zu

<sup>1)</sup> WEEVERS TH. Die Ergebnisse einiger Ringelungsversuche und ihre Bedeutung für die Stoffwanderung. Recueil des Travaux botaniques néerlandais 1928.

<sup>2)</sup> MÜNCH E. Dynamik der Saftströmungen. Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft 1926.

<sup>3)</sup> MÜNCH E. Die Stoffbewegungen in der Pflanze 1930.

<sup>4)</sup> SCHUMACHER. Jahrbücher für wissenschaftliche Botanik 1930.

konstatieren behauptet; es bleibt jedoch die Frage ob seine Versuche der Kritik standhalten können.

Es handelte sich hier um Versuche, bei welchen Rindenstreifen vom Holz getrennt wurden und zwar so, dass sie oben mit dem Stamm im Zusammenhang blieben. Sowie in der Arbeit im Recueil des Travaux botaniques<sup>1)</sup> schon erwähnt wurde, kann das abgelöste Rindenstück in günstigen Umständen monatlang am Leben bleiben und an Trocken gewicht zunehmen und MÜNCH konstatiert dies ebenfalls. Das bloss gelegte Kambium bildet besonders von den Markstrahlen aus einen Parenchymkallus, in welchem sich Holz und Bast bilden und zwar das Holz an der Innenseite, der Bast an der ursprünglichen Kambialseite; die so gebildete neue sekundäre Rinde ist der ursprünglichen Rinde gegenüber gelagert.

Es gilt also hier beim wachsenden Kambium Wasseraustritt zu konstatieren. Deshalb hüllte MÜNCH die abgelöste Rinde in Guttapercha oder Oelpapier ein und verklebte die Hülle mit Baumwachs. Am unteren Ende des Rindenstreifens wurde in die wasserdichte Hülle ein Glasrörchen eingedichtet, das in eine angehängte Flasche durch einen durchbohrten dichtschliessenden Ppropfen mündete.

Nach den Angaben MÜNCHS sammelte sich in der angehängten Flasche reichlich Wasser, die Wasserzunahme war jedoch nicht gleichmässig: „an manchen Tagen war keine Zunahme zu bemerken, zu andern Zeiten aber füllten sich die 125 ccm. fassenden Flaschen sehr rasch bis zum Überlaufen<sup>2)</sup>.

Die Versuche MÜNCHS fanden mit Quercus rubra, Spitzahorn, Prunus avium, Sorbus Aucuparia, Fraxinus excelsior, Populus spec. und andern Arten statt.

Besonders die von uns durch Sperrung hervorgehobenen Worte, dass die Abscheidung flüssigen Wassers so äusserst unregelmässig stattfinde, lässt sich mit einer mit dem Wachstum unvermeidlich verknüpften Wasserabgabe, die MÜNCH postuliert, schwer vereinbaren.

Welche Fehlerquellen können nun bei diesen Versuchen vorgeliegen haben und eine Abscheidung flüssigen Wassers durch das wachsende Kambium vorgetäuscht haben?

Zunächst ein ungenügender, nicht wasserdichter Abschluss der Hülle am oberen Ende, sodass das am Stamm herabsickernde Regenwasser eindringen könnte.

MÜNCH gibt an, dass diese gefährliche Fehlerquelle sicher ausgeschaltet wurde. Aus eigener Erfahrung können wir seiner Meinung, dass ein wasserdichter Abschluss möglich sei, beipflichten. Dieser wasserdichte Abschluss ist jedoch bloss beim Beachten peinlichster Vorsichtigkeit möglich und es bleibt die Frage ob diese Umstände bei den so zahlreichen Versuchen MÜNCHS und seiner Assistenten immer vorhanden waren,

<sup>1)</sup> WEEVERS TH. I. C.

<sup>2)</sup> Sperrung von uns. WEEVERS und WESTENBERG.



TH. WEEVERS und J. WESTENBERG: VERSUCHE ZUR PRÜFUNG DER MÜNCHSCHEN THEORIE DER STOFFBEWEGUNGEN IN DER PELANZE.



Abb. 2



Abb. 3



Abb. 4



TH. WEEVERS und J. WESTENBERG: VERSUCHE ZUR PRÜFUNG  
DER MÜNCHSCHEN THEORIE DER STOFFBEWEGUNGEN IN DER PFLANZE.



Abb. 1

Zweitens die Möglichkeit einer Kondensation des von den transpirierenden Geweben abgegebenen Wasserdampfes an der wenigstens in der Nacht kälteren Oberfläche der Glasröhre, eine Möglichkeit, die MÜNCH gar nicht berücksichtigt<sup>1)</sup>.

Drittens die Infektion der Wundfläche mit Pilzen, sodass die eventuelle Flüssigkeitsabscheidung von diesem verpilzten Gewebe herrühre. In diesem Falle brauchte die gesammelte Flüssigkeit nicht zuckerfrei zu sein, während dies bei der Abscheidung aus unversehrten, wachsenden Kambiumzellen, die MÜNCH wahrscheinlich zu machen versucht hat, wohl der Fall sein dürfte. Besonders bei den oft mehrere Wochen anhaltenden Versuchen MÜNCHS ist diese Fehlerquelle schwerlich auszuschalten.

Bei unsren eigenen Versuchen, die im Frühjahr und im Sommer 1930 und 1931 im Hortus Botanicus und im städtischen Bepflanzungsgarten zu Amsterdam stattfanden, wurden obengenannte Fehlerquellen tunlichst vermieden.

Der Rindestreifen wurde bei unsren Versuchen von einem Glaszyylinder umgeben, an dessen unterem Ende das eventuell von der Rinde ausgeschiedene Wasser, sich in einer Bürette ansammeln konnte. An seinem oberen Ende wurde der Glaszyylinder von einem, ihn knapp umschliessenden Stück Autoinnenreifen getragen (Abb. 1), während ganz oben, zwischen Gummi und Rindestreifen, ein wasserdichter Verschluss durch Pasta (Lanolin + Specksteinpuder) hergestellt wurde (Abb. 2).

Zwei Segeltuchmäntel, von denen jeder mittelst eines Pastaverschlusses wasserdicht am Stamm befestigt war, überdeckten das Ganze. Sämtliche Pastaverschlüsse wurden an der Oberseite mit Firniss bestrichen.

Um schliesslich doch in die Bürette kommen zu können, hätte das Regenwasser also durch drei Pastaverschlüsse hinsickern müssen, was als Unmöglichkeit betrachtet werden muss.

Bei den ersten Versuchen war die aufgefangene Flüssigkeit oft zuckerhaltig, sodass in die Bürette einige cm<sup>3</sup> Toluolwasser zur Vorbeugung der Gärung eingeführt wurden. Bald zeigte sich jedoch, dass die Zuckerbildung sich insbesondere bei der Verpilzung der Rindenoberfläche zeigte, sodass es angebracht erschien die Versuche nicht länger als eine Woche und meistens bloss 4 Tage dauern zu lassen und bei der Versuchsanstellung das Kambium nicht zu berühren. Eben dort wo der Pasta mit dem Kambium in Berührung ist, dürften wir keine Desinfektantia benutzen, weil diese die lebenden Kambiumzellen beschädigen möchten.

Am Ende der Versuche ist es natürlich leicht die eventuelle Pilzinfektion zu konstatieren und jedesmal, wenn deutlich Verpilzung aufgetreten war, zeigte es sich, dass die aufgefangene Flüssigkeit trübe war und entweder die Fehlingsche Lösung reduzierte oder wenigstens mit Kalilauge eine deutliche Gelbfärbung zeigte, sodass organische Stoffe vorhanden sein müssten (siehe Versuche 5 und 6).

<sup>1)</sup> Vergl. dazu z.B. DUHAMEL DU MONCEAU, „La physique des arbres“ 1758.

Versuchsobjekt.	Stammes- diameter.	Daten.	Kambiumoberfläche.	Fraktioniert aufgefangen. Im Toluolwasser durch Sägemehl, Wärme Isolation	Totale Flüssigkeits- menge in cm. <sup>3</sup> .	An der Glaswand konden- siert.	Von der Rinde aus- geschieden.	Reduktion Fehlin- scher Lösung.
1	<i>Populus nigra italica</i>	13 cm.	29/V-5/VI	206 cm. <sup>2</sup> keine Verpilzung	-	+	-	-
2	" " "	13 "	5/VI-12/VI	Derselbe Streifen Kambium unverpilzt	-	+	1.2	0.3
3	" " "	13 "	12/VI-19/VI	201 cm. <sup>2</sup> (9 cm. <sup>2</sup> verpilzt)	+	-	0.25	0.05
4	<i>Salix alba</i> (in Orangerie)	8 "	29/V-5/VI	206 cm. <sup>2</sup> keine Verpilzung	-	+	-	-
5	<i>Salix daphnoides</i> v. <i>latifolia</i>	24 "	24/VI-1 VII	161 cm. <sup>2</sup> Kambium verpilzt	+	-	4.4	4.4
6	<i>Salix daphnoides</i> v. <i>latifolia</i>	24 "	24 VII-1 VII	135 cm. <sup>2</sup> Kambium verpilzt	+	-	11.5	11.2
7	<i>Fraxinus excelsior</i>	9 "	2/VII-6/VII	202 cm. <sup>2</sup> Rindenseite verpilzt Kambium pilzfrei	+	+	0.0	0.0
8	" "	9 "	2/VII-6/VII	204 cm. <sup>2</sup> Rindenseite verpilzt Kambium pilzfrei	+	+	-	0.1
9	" "	8 "	6/VII-10/VII	222 cm. <sup>2</sup> Sehr wenig Verpilzung an der Rindenseite Kambium pilzfrei	+	+	0.1	0.0

11	<i>Alnus glutinosa</i>	11	"	10/VII—14/VII	188 cm. <sup>2</sup> keine Verpilzung	+	+	+	0.0	0.0	0.0
12	"	11	"	10/VII—14/VII	188 cm. <sup>2</sup> keine Verpilzung	+	+	+	0.0	0.0	0.0
13	"	"	"	18/VII—22/VII	219 cm. <sup>2</sup> keine Verpilzung	+	+	+	0.0	0.0	0.0
14	"	"	"	18/VII—22/VII	233 cm. <sup>3</sup> keine Verpilzung	+	+	+	0.0	0.0	0.0
15	<i>Prunus Cerasus</i>	20	"	14/VII—18/VII	153 cm. <sup>2</sup> keine Verpilzung	+	+	+	0.0	0.0	0.0
16	"	"	"	14/VII—18/VII	163 cm. <sup>2</sup> keine Verpilzung	+	+	-	0.0	—	—
17	<i>Acer Pseudo-platanus</i>	9	"	22/VII—27/VII	Rindenseite ein wenig verpilzt Kambium unbeschädigt	+	+	+	0.35	0.3	0.05
18	"	"	"	9 "	22/VII—27/VII	222 cm. <sup>2</sup> keine Verpilzung	+	+	0.0	0.0	0.0
19	"	"	"	9 "	27/VII—31/VII	305 cm. <sup>2</sup> Rindenseite verpilzt Kambium unbeschädigt	+	+	0.0	0.0	0.0
20	"	"	"	9 "	27/VII—31/VII	Rindenseite ein wenig verpilzt Einzelne braune Fleckchen auf dem Kambium	+	+	0.03	0.0	0.03

Bemerkung zu Versuch 6: die 11.2 cm<sup>3</sup> Fehling —, jedoch Gelbfärbung mit Lauge.

Zur Vermeidung der zweiten Fehlerquelle, der Kondensation des Waserdampfes an der Glasoberfläche, wurde einerseits das Ganze mit einer doppeltwändigen, mit Sägemehl gefüllten Leinwandhülle umgeben<sup>1)</sup>, andererseits wurde eine Einrichtung hergestellt, sodass das Kondensationswasser, und die eventuell von der Rinde ausgeschiedene Flüssigkeit getrennt aufgefangen werden konnten<sup>2)</sup>. Völlige Trennung ist bloss oben, wo die Rinde den Autoinnenreifen berührt unmöglich; im grossen ganzen gibt das Resultat jedoch ein Bild sowohl von der Quantität der von der Rinde augeschiedenen als von der an der Glaswand kondensierten Flüssigkeit<sup>3)</sup>.

Wie die Tabelle zeigt, war beim Beachten obengenannter Fürsorgen die Quantität der von dem Kambium ausgeschiedenen Flüssigkeit, wenigstens bei den Versuchen mit unbeschädigter Rinde verschwindend klein (Versuch 2 und 17), meistens sogar Null (10 von 12 Versuchen). Die Rindenoberfläche schwankte zwischen 153 und 305 cm<sup>2</sup> und war im Durchschnitt 202 cm<sup>2</sup>.

Obschon die Möglichkeit offengelassen werden muss, dass bei allen diesen Versuchen das Kambium beschädigt und deshalb das kambiale Wachstum eingestellt war, so ist diese Möglichkeit klein zu nennen, weil bei Kontrollversuchen, die länger dauern konnten, das kambiale Wachstum deutlich zu beobachten war.

Obenstehende Versuche hatten also durchaus ein negatives Resultat und wiewohl das Aussprechen eines ablehnenden Urteils über den Kernpunkt der MÜNCHSchen Theorie verfrüht ist, so muss diese in Bezug auf die obenbeschriebenen Versuche doch gewiss mit grosser Skepsis betrachtet werden.

*Pflanzenphysiologisches Laboratorium der  
Universität Amsterdam.*

---

<sup>1)</sup> Diese Einrichtung konnte ebenfalls die Rindenoberfläche vor zu starker Transpiration und der dadurch hervorgerufenen Austrocknung schützen. Bei Vorversuchen stellte es sich nämlich heraus, das letzteres der Fall sein könnte.

<sup>2)</sup> Siehe Abbildung Nr. 1

<sup>3)</sup> Versuch 4 fand mit einer 5 M. hohen Topfpflanze in der Orangerie des Hortus statt.

**Botany.** — *Zur physiologischen Bedeutung der Blausäureglukoside im Pflanzenstoffwechsel.* Von N. J. STEKELENBURG. (Communicated by Prof. J. C. SCHOUTE.)

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

Die Frage, welche Bedeutung den Blausäureverbindungen im Pflanzenstoffwechsel zukommt, ist, seit TREUB<sup>1)</sup> auf Grund seiner zahlreichen Arbeiten die bekannte Hypothese aufstellte, dass die Blausäure das erste, erkennbare Assimilationsprodukt des Stickstoffes sei, von fundamentaler Wichtigkeit geworden.

Diese Hypothese gab selbstverständlich Anlass zu vielen Untersuchungen. Die Autoren kamen dabei jedoch zu ganz verschiedenen Ergebnissen. Unter den vielen Forschern, welche TREUB in seiner Anschauung beitreten, seien RAVENNA<sup>2)</sup> und seine Mitarbeiter genannt; ROSENTHALER<sup>3)</sup> nimmt dagegen einen ablehnenden Standpunkt ein.

Dennoch ist bis jetzt nicht endgültig bewiesen worden, dass die Hypothese TREUBS richtig oder unrichtig ist.

Dass die Forscher zu verschiedenen Ergebnissen kamen, ist haupsächlich auf zwei Ursachen zurückzuführen:

1. Die europäischen Forscher studierten begreiflicherweise die einheimischen Blausäurepflanzen, wie *Prunus Laurocerasus*, *Prunus Padus*, Sorghum- und *Sambucus*-Arten, während TREUB über tropische Pflanzen, vor allem *Pangium edule* und *Phaseolus lunatus*, verfügte. Bezüglich ihres Blausäuregehaltes brauchen sich diese verschiedenen Pflanzen bei übrigens gleicher Versuchsanordnung nicht in gleicher Weise zu verhalten.

2. Die Bestimmung des HCN in den Pflanzenteilen wurde in verschiedener Weise vorgenommen. Diesen Bestimmungsmethoden hafteten oft grobe Fehler an, in anderen Fällen auch waren sie zu wenig empfindlich.

Der Zweck dieser Arbeit war in erster Linie die Hypothese TREUBS auf ihre Richtigkeit zu prüfen, und zwar mit seinen eigenen Versuchspflanzen, näml. *Pangium edule* Reinw., und *Phaseolus lunatus* L.

Daneben wurde *Prunus Laurocerasus* L. als Hauptvertreter der europäischen Blausäurepflanzen zu den Untersuchungen herangezogen. Diese Massnahme gestattet eine Vergleichung mit den tropischen Pflanzen durchzuführen und ausserdem wird die Gefahr, die an einer Versuchspflanze erzielten Ergebnisse zu verallgemeinern, vermieden.

Während die Hypothese TREUBS nur auf Beobachtungen an Blättern fußt, erschien es angebracht, ausserdem das Verhalten der Blausäure bei anderen wichtigen Prozessen, näml. bei der Keimung von Samen und beim Austreiben der Knospen zu berücksichtigen.

1) M. TREUB. Ann. Buitenzorg, **13**, 1895; **19**, 1904.

2) C. RAVENNA, u. a. Gazz. Chim. Ital., **37**, 1907; Rend. Acc. Linc. Roma, 1909, II.

3) L. ROSENTHALER. Bioch. Zeitschr., 1923 und 1927.

Die benutzte Bestimmungsmethode ist in grossen Linien die von VERSCHAFFELT<sup>1)</sup> beschriebene. Diese fußt auf die Beobachtung, dass bei einer Temperatur, wo die Zelle schon abstirbt, das Plasma also permeabel wird, das glukosidspaltende Enzym noch wirksam ist. Das Enzym kann somit in alle Zellen eindringen und seine Wirkung ausüben.

Es hat sich gezeigt, dass für meine Objekte die geeignete Temperatur 60° ist.

Mit einigen kleinen Abänderungen der Methode VERSCHAFFELTs wurde die Blausäure folgendermassen bestimmt:

In einem 1.5 l fassenden Rundkolben wird 300 cm<sup>3</sup> Wasser durch Erwärmung im Wasserbade auf 62 bis 63° gebracht. Man entfernt den Kolben aus dem Wasserbad und wirft alles Material zugleich hinein, verschliesst sofort mit einem Gummistopfen, schüttelt kräftig durch und stellt in ein zweites Wasserbad, das auf 62 bis 63° gehalten wird. Die Temperatur im Kolben schwankt dadurch um 60°. Nach 3 bis 4 Minuten schüttelt man aufs neue kräftig und stellt den Kolben 20 bis 22 Stunden zur Seite. Diese Mazeration wird bei Zimmertemperatur vorgenommen.

Nach Beendigung der Mazeration wird destilliert bis ungefähr 75 cm<sup>3</sup> Flüssigkeit im Destillationskolben zurückbleibt. Man fängt auf in etwa 3 cm<sup>3</sup> einer fünfprozentigen Kaliumhydroxydlösung, welche zuvor mit wenig Wasser verdünnt worden sind, und titriert mit 1/100 n. Silbernitratlösung nach LIEBIG.

Bei der Titration wurde pro 100 cm<sup>3</sup> Destillat 1 cm<sup>3</sup> einer Jodkaliumlösung 20 % zugegeben, in den meisten Fällen also 3 cm<sup>3</sup> KJ-Lösung.

Der grosse Vorteil dieses Verfahrens ist, dass man keine Enzympräparate herzustellen braucht, was der Fall wäre, wenn ein völliges Abtötungsverfahren verwendet würde. Emulsin ist zwar ein käufliches Präparat, dieses Enzym ist jedoch ohne Wirkung auf die Blausäureglukoside des *Pangium edule* und des *Phaseolus lunatus*.

Die Methode gibt innerhalb des zulässigen Fehlers zuverlässige Resultate.

Das Verhalten der Blausäure bei der Keimung wurde erforscht an Samen von *Phaseolus lunatus* L. und an bitteren Mandeln.

Die Phaseolussamen wurden scharf nach Farbe, Grösse und Gewicht ausgewählt und in Portionen von 100 Samen zu keimen gelegt (Tab. I).

Die bitteren Mandeln wurden zuvor ihrer harten Schale befreit und ebenfalls nach scharfer Auswahl nach Grösse und Gewicht zu keimen gelegt. Die Keimung geschah im Dunkeln in Saattöpfen mit Gartenerde.

Die Blausäuremenge nimmt in beiden Fällen beträchtlich zu, die HCN in den Kotylen ändert sich jedoch nur wenig. Sobald die Kotyle verschrumpfen, tritt bei den Phaseoluskeimlingen aber eine Abnahme der Blausäure ein, zuerst in den Kotylen, sodann auch im Keimling.

<sup>1)</sup> E. VERSCHAFFELT. Versl. Kon. Ak. Wetensch., Wis- en Nat. Afd., 1902.

TABELLE I.  
Phaseolus lunatus L. Keimung im Dunkeln.

	Versuchs- dauer Tage	HCN in cm <sup>3</sup> AgNO <sub>3</sub> <sup>1/100 n l</sup> ) pro 100 Keimlinge			Bemerkungen
		Kotyle	Rest der Pflanze	Total	
Ungekeimte Samen . . .	—	12.40	—	12.40	
		12.05	—	12.05	
Keimpflanzen 12—15 cm.	12	11.40	14.20	25.60	
		9.20	15.10	24.30	
Keimpflanzen ± 35 cm.	17	1.20	32.55	33.75	Kotyle
		1.00	30.60	31.60	verschrumpft
Keimpflanzen ± 45 cm.	21	—	23.85	23.85	..
		—	19.95	19.95	..

Bei den Mandeln wurde keine Abnahme der Blausäure beobachtet; dieses röhrt vielleicht daher, dass am Ende des Versuches die Kotyle noch mit Reserven überfüllt waren. Es fehlte mir leider an Material und Zeit den Versuch bei längerer Versuchsdauer zu wiederholen.

Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass die Blausäureglukoside hier als Reservestoffe fungieren und zwar als Kohlenhydratreserven. Die Umwandlung der Blausäure wird nicht Stickstoffmangels wegen gefordert, denn der Keimling ist im Stande, mit seinem Wurzelsystem anorganischen Stickstoff aus dem Boden aufzunehmen.

RAVENNA<sup>1)</sup> hat gezeigt, dass bei der Keimung von Phaseolus lunatus in einem stickstofffreien Boden, die HCN ebenfalls anfänglich zu- und späterhin abnimmt.

Die bei unseren Versuchen beobachtete Blausäurezunahme ist also nicht lediglich die Folge einer Assimilation des anorganischen Stickstoffes, sondern ist vielmehr einer Bildung aus organischen Stickstoffverbindungen zu verdanken.

Zweitens wurde das Verhalten der Blausäure beim *Austreiben der Knospen* studiert. Die Versuchspflanzen waren Prunus Padus L. und Prunus Laurocerasus L.

Von diesen beiden Versuchspflanzen wurden abgeschnittene Zweige, von anscheinend gleicher Länge und Entwicklung, und mit einer gleichen

<sup>1)</sup> Die eingetragenen cm<sup>3</sup> Silberlösung röhren von der Liebigschen Titration her. Jede cm<sup>3</sup> Silberlösung zeigt somit 0,54 mg Blausäure an.

<sup>2)</sup> C. RAVENNA. Rend. Acc. Linc. Roma, 1914, II.

Anzahl Knospen, in Wasser gestellt und während ungleich langer Versuchsdauer im Dunkeln austreiben gelassen. Die Blausäure in den Knospen und die im Zweig wurden gesondert bestimmt. Diese Versuche wurden ebenfalls im Lichte angestellt; als Vergleichsmaterial für diese letzten Versuche dienten Zweige, welche an der Pflanze im Lichte ausgetrieben waren.

Da der Kirschlorbeer eine immergrüne Pflanze ist, wurde versucht, den Einfluss der vorjährigen Blätter auf das Verhalten der Blausäure in den jungen Knospen festzustellen. Zu diesem Zweck wurden die Austreibungsversuche des Kirschlorbeers angestellt mit beblätterten Zweigen und mit solchen, welche zuvor der vorjährigen Blätter beraubt worden waren.

Weil das Frischgewicht und das Trockengewicht nicht als Bezugsgrösse verwendbar sind, ist die Blausäuremenge in den Knospen pro Knospe, bzw. Schössling berechnet worden.

Für die Zweige ist die Wahl einer Bezugsgrösse schwieriger. Da aber die Blausäure fast ausschliesslich in der Rinde anwesend ist, wie von TREUB<sup>1)</sup> für *Pangium edule* und von PECHÉ<sup>2)</sup> für *Prunus Laurocerasus* nachgewiesen wurde, ist hier das Trockengewicht des (zufolge der Bestimmungsmethode) extrahierten Bastes als Bezugsgrösse gewählt worden.

Die erhaltenen Resultate sind mit Rücksicht auf den zur Verfügung stehenden Raum als Mittelwerte angegeben worden (Tab. II bis IV)<sup>3)</sup>.

TABELLE II.  
*Prunus Padus L.* Verhalten der Blausäure beim Austreiben.  
Mittelwerte. HCN in cm<sup>3</sup> Ag NO<sub>3</sub> 1/100 n.

	Versuchsdauer Tage	Knospen HCN pro Knospe	Zweige HCN pro g extra- hierten Bast
Vor dem Austreiben	—	0.08 ± 0.01	15.1 ± 0.25
Etiolierte abgeschnittene Zweige	10	0.26 ± 0.04	17.8 ± 0.3
	18	0.27 ± 0.03	18.0 ± 0.2
	25	0.32 ± 0.03	18.1 ± 0.2
Im Lichte ausgetriebene, abgeschnittene Zweige	8	0.28 ± 0.035	17.3 ± 0.2
	21	0.41 ± 0.045	18.0 ± 0.4
An der Pflanze ausgetrieben im Lichte	13	0.19 ± 0.01	17.9 ± 0.2
	23	0.43 ± 0.015	17.6 ± 0.25

<sup>1)</sup> M. TREUB. Ann. Buitenzorg 13, 1896.

<sup>2)</sup> K. PECHÉ. Sitz. ber. Ak. Wiss. Wien, Abt. I, Bd. CXXI, 1912.

<sup>3)</sup> Für ausführlichere Daten sei hingewiesen auf meine Abhandlung, welche erscheinen wird in Rec. des Trav. Bot. Néerl., 1931.

TABELLE III.

*Prunus Laurocerasus L.* Verhalten der Blausäure beim Austreiben von entblätterten Zweigen. Mittelwerte. HCN in  $\text{cm}^3 \text{Ag NO}_3 \frac{1}{100} \text{n.}$

	Versuchsdauer Tage	Knospen HCN pro Knospe	Zweige HCN pro g extra- hierten Bast
Vor dem Austreiben	—	0.09 ± 0.005	8.7 ± 0.3
Etiolierte abgeschnittene Zweige	13	0.14 ± 0.005	8.8 ± 0.3
	19	0.09 ± 0.005	8.0 ± 0.15
	26	0.02 ± 0.01	5.6 ± 0.3
Im Lichte ausgetriebene, abgeschnittene Zweige	15	0.22 ± 0	8.6 ± 0.2
An der Pflanze ausgetrieben im Lichte	23	0.55 ± 0.07	8.8 ± 0.25

TABELLE IV.

*Prunus Laurocerasus L.* Verhalten der Blausäure beim Austreiben von beblätterten Zweigen. Mittelwerte. HCN in  $\text{cm}^3 \text{Ag NO}_3 \frac{1}{100} \text{n.}$

	Versuchsdauer Tage	Knospen HCN pro Knospe	Zweige HCN pro g extra- hierten Bast
Vor dem Austreiben	—	0.10 ± 0.01	8.4 ± 0.25
Etiolierte abgeschnittene Zweige	24	0.04 ± 0.01	6.9 ± 0.2
An der Pflanze ausgetrieben im Lichte	15	0.60 ± 0.06	9.6 ± 0.5

Aus den Versuchen geht hervor, dass die Blausäure in den Knospen bei beiden Versuchspflanzen in allen Fällen zunimmt und dass bei *Prunus Padus* die Blausäuremenge in etiolierten Trieben wenig abweicht von der HCN-Menge in den am Licht austreibenden Knospen, wenigstens solange die Blätter noch nicht entfaltet sind. Nur die austreibenden Knospen der abgeschnittenen Zweige des Kirschlorbeers bleiben, in Bezug auf die HCN-Menge, bei den an der Pflanze austreibenden Knospen weit zurück.

In den Paduszweigen nimmt die Blausäuremenge ebenfalls etwas zu; in den Kirschlorbeerzweigen bleibt diese anfänglich fast konstant.

Bei den Etiolierungsversuchen des Kirschlorbeers beobachten wir aber nach längerer Versuchsdauer eine Abnahme der Blausäure in Knospen und Zweigen. Die Anwesenheit der vorjährigen Blätter hat keinen merklichen Einfluss auf diese Abnahme.

Diese Tatsachen können so erklärt werden, dass die Blausäureglukoside auch hier als Reservestoffe fungieren. Ob die Umwandlung jetzt primär von einem Stickstoff- oder von einem Kohlenhydratmangel bedingt wird, ist schwer zu sagen. Die Tatsache dass die Abnahme erst spät einsetzt, ist so zu deuten, dass die anderen Kohlenhydrate, bzw. Stickstoffreserven zuerst erschöpft werden. Und es ist ebenfalls erklärlich, dass bei den Etiolierungsversuchen an den grösseren und dickeren Paduszweigen (Gewicht  $\pm 25$  g) die HCN nicht abgenommen hat, weil offenbar die Reserven hier am Ende des Versuches noch nicht erschöpft waren, im Gegensatz zu dem Verhalten der Blausäure in den kleinen und dünnen Kirschchlorbeerzweigen (Gewicht  $\pm 8$  g), während die Anzahl der Knospen bei beiden Objekten dieselbe ist.

Wenn wir beobachten, dass die Blausäuremenge in den Knospen zunimmt und in den Zweigen gleichfalls zunimmt oder konstant bleibt, so wird ein Transport der Blausäure aus dem Zweige nach den Knospen nicht wahrscheinlich. Ebenso findet beim Kirschchlorbeer kein Transport des HCN aus den vorjährigen Blättern statt.

#### *Versuche an Blättern.*

Diese sind immer mit der SACHSSchen Blathälftenmethode angestellt worden. Eine Bezugnahme der Blausäuremengen auf die Blattoberfläche war dabei nicht zu verwenden, weil es sich gezeigt hat, dass nur junge Blätter für die nachtstehenden Versuche geeignet sind und dass diese während des Versuches beträchtlich an Grösse zunehmen.

TREUB<sup>1)</sup> schloss aus seinen Versuchen, dass die Nitrate einerseits, die Kohlenhydrate anderseits, unbedingt notwendig für die Blausäurebildung seien und seine Hypothese fusst in erster Linie auf die Ergebnisse dieser Versuche.

Es sind hier deshalb der Einfluss der Kohlenhydrate und der Nitrate besonders berücksichtigt worden.

Zuerst wurde der *Einfluss des Lichtes* auf die Blausäurebildung erforscht.

Es hat sich gezeigt, dass in den jungen Blättern von *Prunus Laurocerasus* die Blausäuremenge tagsüber zunimmt; über Nacht bleibt diese fast konstant. Daraus geht hervor, dass während der Nacht keine Auswanderung der HCN stattfindet.

Stellen wir Versuche an mit abgeschnittenen Blättern, welche während längerer Zeit ans Licht auf reines Wasser gestellt werden, so steigt die HCN-Menge ebenfalls an. Die Bildung der Blausäure findet also im Blatte selbst statt und diese wird nicht aus anderen Teilen der Pflanze zugeführt.

Im Dunkeln tritt, bei übrigens gleicher Versuchsanordnung, nach wenigen Tagen eine Abnahme ein, welche um so später einsetzt, je älter die Blätter sind. Dasselbe wird bei den Blättern des *Phaseolus lunatus* be-

<sup>1)</sup> M. TREUB. Loc. cit.

obachtet. Es ergab sich jetzt, dass, während die älteren Blätter reichlich Stärke enthalten, die jungen Blätter fast stärkefrei sind, und dass die HCN erst abnimmt, nachdem die Stärke aus dem Blatte geschwunden ist.

Diese Ergebnisse weisen darauf hin, dass die Abnahme des Blausäureglukosides primär von einem Kohlenhydratmangel bedingt wird. Die Blausäure wird dabei umgewandelt und kann vielleicht später wieder im N-Stoffwechsel benutzt werden.

Ist jetzt das Licht an sich, oder nur die Anwesenheit der dabei entstehenden *Kohlenhydrate* notwendig für die Blausäurebildung?

Wenn Blatthälften des Kirschlorbeers im Dunkeln auf eine 1 %-ige Glukoselösung gestellt werden (es hat sich gezeigt, dass grössere Glukosekonzentrationen schlecht von diesem Objekt ertragen werden), so bleibt die Blausäuremenge bei längerer Versuchsdauer konstant, während die Blatthälften auf reinem Wasser eine beträchtliche Abnahme der HCN zeigen. (Tab. V.)

TABELLE V.  
*Prunus Laurocerasus L.* Junge Blatthälften im Dunkeln.  
HCN in  $\text{cm}^3 \text{AgNO}_3 \frac{1}{100} \text{n}$  pro 25 Hälften.

	Versuchs-dauer Tage	Anfangswert	Versuch	Differenz	
Dest. Wasser	3	10.95	10.50	- 0.45	- 41)
	3	12.40	11.70	0.70	6
	3	12.40	12.00	0.40	3
	5	12.30	10.15	2.15	18
	5	12.40	10.95	1.45	12
	5	12.60	10.50	2.10	17
1% Glukose	3	11.35	11.25	- 0.10	- 2)
	3	12.15	12.20	+ 0.05	-
	3	11.65	11.50	- 0.15	-
	5	11.90	11.95	+ 0.05	-
	5	11.85	11.65	- 0.20	-
	5	12.50	12.30	- 0.20	-

In den, auf eine 4%-ige Glukoselösung gestellten Blättern von *Phaseolus lunatus*, nimmt unter diesen Umständen die Blausäuremenge anfänglich zu, um späterhin ebenfalls konstant zu bleiben. (Tab. VI, A.)

1) in v. H. des Anfangswertes.

2) Die Differenzen liegen innerhalb des Versuchsfehlers.

Die anfängliche Zunahme, im Gegensatz zum Verhalten der Kirschchlorbeerblätter, wird begreiflich durch die Tatsache, dass im Blattstiel und in dem Hauptnerv der Phaseolusblätter reichlich Nitrate vorhanden sind, während im sehr kurzen Blattstiel der Kirschchlorbeerblätter keine oder nur Spuren Nitrate nachzuweisen sind. Es wird hiermit nicht behauptet, dass die HCN direkt aus Nitraten entstehe, sondern dass indirekt die Anwesenheit der Nitrate einen Einfluss auf den N-Stoffwechsel und dadurch auf die Blausäuremenge ausüben wird, weil die organischen N-Verbindungen im Blatt von dem zugeführten anorganischen Stickstoff, jedenfalls zum Teil, herrühren.

Die Ergebnisse der Glukoseversuche bilden eine Stütze für die oben erwähnte Annahme, dass das Blausäureglukosid eine Kohlenhydratreserve sein kann. Die Resultate sind so zu deuten, dass die Darreichung der Glukose einem Konsum des Glukosides als Kohlenhydratreserve vorbeugt.

Zweitens erhellte, dass der Blausäure nicht eine so wichtige Funktion in der Stickstoffassimilation zukommt, wie es TREUB in seiner Hypothese behauptet; man hätte dann eine Abnahme der Blausäure beobachten müssen, denn es steht den Blättern nur anfänglich anorganischer Stickstoff zur Verfügung.

Betrachten wir jetzt den *Einfluss der Nitrate eingehender*.

Wenn Blatthälften von Phaseolus lunatus im Dunkeln auf eine 0.1 % Nitratlösung gestellt werden, so nimmt die HCN ab; nur wenn zugleich Glukose gegeben wird, so wird eine Zunahme beobachtet. (Tab. VI, B.) Diese Zunahme ist jedoch derselben Größenordnung als in dem Fall, wo die Blätter nur auf die Glukoselösung gestellt wurden. Der Einfluss der Nitrate scheint also nicht ein so wichtiger zu sein, als man nach der Hypothese TREUBS erwarten dürfte.

Diese Versuche wurden jetzt wiederholt mit einer organischen Stickstoffquelle, nämlich mit einer 1 %-igen Asparaginlösung.

Die Ergebnisse sind denen der Nitratversuche analog. Auch hier nimmt, wenn nur Asparagin gegeben wird, die HCN ab; gibt man 4 % Glukose zu, so tritt eine Blausäurezunahme auf, welche aber weit grösser (zwei- bis dreimal so gross) ist als bei den Glukosenitrat- und Glukoseversuchen erreicht wurde (Tab. VI, C.)

Die Nitrate sind demgemäß nicht unbedingt notwendig für die Blausäurebildung und diese findet sogar stärker statt bei Anwesenheit organischer Stickstoffverbindungen. Die Resultate der vorhergehenden Versuche berechtigen zu der Schlussfolgerung, dass die Behauptung TREUBS, die Blausäurebildung sei an die Anwesenheit von Nitraten und Kohlenhydraten gebunden, nicht zutrifft, und dass die Blausäure nicht das zuerst erkennbare Assimilationsprodukt des Stickstoffes sein kann.

Wir schliessen deshalb, dass die Hypothese TREUBS *unrichtig ist*.

Die Ergebnisse weisen vielmehr darauf hin, dass die Blausäure aus organischen Stickstoffverbindungen gebildet wird. Diese Annahme wird gestützt durch die Beobachtung, dass, wenn abgeschnittene, junge Kirschchlorbeer-

TABELLE VI.

*Phaseolus lunatus L.* Junge Blathälften im Dunkeln.  
HCN in  $\text{cm}^3 \text{AgNO}_3 \frac{1}{100}$  n pro 25 Hälften.<sup>1)</sup>

	Versuchs-dauer Tage	Anfangs-wert	Versuch	Zunahme	
<b>A. 4%</b> Glukose	2	15.10	16.75	1.65	11 <sup>2)</sup>
	3	13.30	15.15	1.85	14
	4	16.95	19.75	2.80	16
	4	17.35	19.45	2.10	12
	5	13.30	15.00	1.70	13
<b>B. 4% Glukose + 0,15% KNO<sub>3</sub></b>	5	13.85	15.95	2.10	15
	2	13.70	14.10	0.40	3
	4	13.60	14.50	0.90	7
	5	13.90	15.40	1.50	11
	5	12.90	14.20	1.30	10
<b>C. 4% Glukose + 1% Asparagin</b>	5	14.20	15.65	1.45	10
	2	15.20	18.05	2.85	19
	4	19.40	22.95	3.55	18
	5	13.05	17.00	3.95	30
	5	15.75	20.80	5.05	32
	5	16.20	19.95	3.75	23

blätter ans Licht gestellt werden, die Blausäuremenge und die Menge des Eiweiss-N ansteigt, obwohl kein anorganischer Stickstoff zugeführt wird.

Das Verhalten der Blausäure in den Blättern muss so gedeutet werden, dass die Blausäure (oder das bezügliche Cyanhydrin) als Nebenprodukt des Eiweissstoffwechsels aus organischen N-Verbindungen, wie Aminosäuren oder höher organisierten N-Verbindungen, gebildet, und, falls Kohlenhydrate anwesend sind, als Glukosid gespeichert wird. Die Tatsache, dass in sovielen Pflanzen keine Blausäure nachgewiesen werden kann, wird dann so erklärt, dass die Bildung der Blausäure von bestimmten Eiweißen abhängig ist.

ROSENTHALER<sup>3)</sup> vermutet, das Blausäureglukosid entstehe aus Amino-

<sup>1)</sup> Eine Hälfte besteht aus einem Fiederblättchen und der Hälfte des Endblättchens.

<sup>2)</sup> in v. H. des Anfangswertes.

<sup>3)</sup> L. ROSENTHALER, loc. cit.

säuren. In diesem Falle wäre also die Bildung des Glukosides unabhängig von der Anwesenheit der Kohlenhydrate. Dies ist mit Rücksicht auf die Ergebnisse obenstehender Glukoseversuche schwerlich anzunehmen.

Dem Blausäureglukosid ist eine Funktion als Kohlenhydratreserve beizumessen. Doch ist gar nicht ausgeschlossen, dass, wenn ein Konsum des Glukosides aus diesem Grunde stattfindet, die Blausäure (oder das Cyanhydrin) umgewandelt und wieder im N-Stoffwechsel benutzt werden kann.

Daneben muss angenommen werden, dass in gewissen Fällen oder bei bestimmten Blausäurepflanzen das Glukosid als Stickstoffreserve auftritt.

Bei Verdunkelung von *Pangium*-Blättern verschwindet die Blausäure ganz, ohne dass diese Absterbungsscheinungen zeigen. Hier wird vielleicht die Abnahme primär von einer Aufnahme der HCN in den N-Stoffwechsel bedingt.

*Sorghum vulgare* wird fast blausäurefrei<sup>1)</sup> im Stadium, wo die Pflanze Samen bildet. Die ausgewachsenen Blätter des *Phaseolus lunatus* enthalten beträchtlich weniger Blausäure als die jungen. Während diese Tatsachen ebenfalls als eine Verwertung der Blausäure im N-Stoffwechsel zu deuten sind, so scheint hingegen im normalen Kirschchlorbeerblatt davon nicht die Rede zu sein. Die Blausäuremenge schwankt beim Altern dieser Blätter fast nicht und die HCN benimmt sich hier vielmehr als Abfallprodukt.

Wenn die Blätter absterben (vergilben), so schwindet die Blausäure in weitaus den meisten Fällen völlig. Die HCN wird dabei vielleicht nach ihrer Umwandlung in die Pflanze befördert und weiter im N-Stoffwechsel benutzt. Auch hier gibt es wieder Ausnahmefälle. In den abgefallenen Blättern von *Indigofera galeoides* fand TREUB<sup>2)</sup> noch beträchtliche HCN-Mengen; dasselbe wurde für *Sambucus nigra* von GUIGNARD<sup>3)</sup> beobachtet.

Der Wert der Blausäureglukoside als Stickstoffreserve scheint also für die verschiedenen Pflanzen nicht immer derselbe zu sein.

#### *Schlussfolgerungen.*

1. Die Blausäure ist nicht das erste erkennbare Assimilationsprodukt des Stickstoffes.

Die Hypothese TREUBS ist demgemäß unrichtig.

2. Die Blausäure (oder das bezügliche Cyanhydrin) entsteht in den Blättern als Nebenprodukt des Eiweissstoffwechsels aus organischen Stickstoffverbindungen und hat keine wichtige Bedeutung für den N-Stoffwechsel.

3. Ein Transport der Blausäure findet wahrscheinlich nicht statt.

<sup>1)</sup> W. R. DUNSTAN and T. A. HENRY. Proc. Roy. Soc., Vol. 70, 1902.

<sup>2)</sup> M. TREUB. Ann. Buitenzorg, 21, 1907.

<sup>3)</sup> L. GUIGNARD. Compt. R., T. CXLI, 1905.

4. Die Blausäureglukoside können als Kohlenhydratreservestoffe auftreten.

5. Den Blausäureglukosiden kommt ebenfalls ein Wert als Stickstoffreserve zu.

Die Umstände, bei welchen diese Glukoside als Stickstoffreserve auftreten, sind für die verschiedenen Blausäurepflanzen nicht dieselben.

Diese Untersuchungen wurden angestellt im *Pflanzenphysiologischen Laboratorium der Universität Amsterdam*. Dem Direktor, Herrn Prof. Dr. TH. WEEVERS, spreche ich gerne meinen besten Dank aus für sein stetes Interesse und seine wertvollen Ratschläge.

---

**Botany. — Weiteres Versuchsmaterial zur plastischen und elastischen Dehnbarkeit der Zellmembran.** Von A. N. J. HEYN und J. VAN OVERBEEK. (Communicated by Prof. F. A. F. C. WENT.)

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

Der erstgenannte von uns hat mittels verschiedener Methoden den Einfluss des Wuchsstoffes auf die Plastizität der Zellmembran studiert<sup>1)</sup>). Der andere Verfasser hat die Versuche in vorliegender Arbeit ausgeführt und hat die Beugungsmethode brauchbar gemacht zur Bestimmung der elastischen Durchbeugung. Eine der Methoden des erstgenannten Verfassers bestand darin, dass auf einer Ende horizontal gestellte Koleoptilen, welche an der Basis befestigt waren, Reiterchen von gleichem Gewicht gesetzt wurden und die bleibende Durchbeugung nach 1 oder 2 Stunden bestimmt wurde, nachdem die Reiterchen abgenommen waren. Dabei wurde die bleibende Durchbeugung von Koleoptilen, welche Wuchsstoffwirkung bei gleichzeitiger Verlängerungshemmung erfahren hatten, mit derjenigen von übrigens ganz gleichen Koleoptilen, die keiner solchen Einwirkung ausgesetzt waren, verglichen. Die erstgenannte Gruppe von Koleoptilen wies eine viel grössere bleibende Durchbeugung als die zweite auf.

Zugleich zeigte sich, dass die Dehnbarkeit, wie man sie *nach Plasmolyse* bestimmen kann, bei beiden Gruppen ungefähr gleich ist. Dies war sehr wichtig im Zusammenhang damit, dass bei ebensolchen Koleoptilen, die aber während der Einwirkung von Wuchsstoff nicht in der Verlängerung gehemmt gewesen waren, sehr deutliche Unterschiede auftreten.

Die elastische Dehnbarkeit, bestimmbar nach der Beugungsmethode (*ohne Plasmolyse*), wurde aber nur beiläufig untersucht. Vorläufig blieb es bei der Bemerkung, dass nach Abnahme der Reiterchen „der rückgängige Teil der Durchbeugung gering ist und bei beiden Gruppen annähernd gleich“ (Seite 210).

Es schien uns nun erwünscht, diese Tatsache genauer zu betrachten und auf quantitative Weise den Anteil der plastischen und elastischen Durchbeugung an der Gesamtdurchbeugung zu untersuchen. Die bei den vorliegenden Versuchen angewandte Technik stimmt mit derjenigen der früheren überein.

<sup>1)</sup> A. N. J. HEYN. On the Relation between Growth and the Extensibility of the Cell Wall. Proc. Kon. Akad. v. Wet. Amsterdam, Vol. XXXIII No. 9, 1930.

Further Experiments on the Mechanism of Growth, Ibidem Vol. XXXIV, No. 3, 1931.

Der Mechanismus der Zellstreckung. Rec. de trav. bot. néerl. XXVIII, 1931.



A. N. J. HEYN und J. VAN OVERBEEK: WEITERES VERSUCHSMATERIAL ZUR PLASTISCHEN UND ELÄSTISCHEN DEHNBARKEIT DER ZELLMEMBRAN.



Abb. I. Versuchsprotokolle aus Tabelle III (Nr. 14 und 4). Zwei Aufnahmen, eine mit und eine ohne Reiterchen, sind auf demselben photographischen Papier aufgenommen worden. Unten sieht man die Koleoptilen noch mit Reiterchen versehen. Oben sind diese, seit 3 Minuten, von den Koleoptilen abgenommen worden.  
A und a: Koleoptilen auf welche, während 2 Stunden, Wuchsstoff eingewirkt hat.  
B und b: Koleoptilen ohne Wuchsstoff.



Bei a und b ist die Dauer der Durchbeugung 3 Minuten: bei A und B ist diese 1 Stunde.

Aus a erblickt man den grossen rückwärtigen Teil der Beugung, im Gegensatz zu b (ohne Wuchsstoff). In A sieht man auch eine erhebliche bleibende Durchbeugung, im Gegensatz zu B (ohne Wuchsstoff).

In Erde gezüchtete Avena-Koleoptilen wurden, wenn sie 27 mm lang waren, dekapitiert, 2 Stunden später an der Basis abgeschnitten und nochmals dekapitiert. Sodann wurden die Koleoptilen auf genau die gleiche Länge (2 cm) zugeschnitten und vertikal in die Löcher eines Paraffinblockes gestellt, wo die eine Gruppe der Koleoptilen mit Agarwürfelchen mit Wuchsstoff von einer konstanten Konzentration („100°“)<sup>1)</sup> und die andere Gruppe mit Würfelchen reinen Agars versehen wurde. Da nach einer bald erscheinenden Arbeit von H. G. VAN DER WEY die Transportgeschwindigkeit von Wuchsstoff in Koleoptilen ungefähr 1 Stunde pro cm beträgt, wurden die Würfelchen nach 2 Stunden abgenommen, die Koleoptilen an der Basis über die Nadeln des Beugungsapparates gestülpt, also horizontal gestellt und mit Reiterchen versehen. Nachdem die Reiterchen eine bestimmte Zeit auf den Koleoptilen gestanden hatten, wurden fotografische Schattenbilder angefertigt, unmittelbar vor und 3 Minuten nach Abnahme der Reiterchen (Abb. I). Diese Versuche fanden in der Dunkelkammer bei 100 % relativer Feuchtigkeit und einer konstanten Temperatur von 21° C statt. Nachstehende Tabelle zeigt die Versuchsergebnisse. Das Gewicht der Reiterchen betrug  $\frac{1}{4}$  g.

Während der rückgängige Teil der Beugung von Koleoptilen mit und

T A B E L L E I.  
Beugungsdauer:  $2\frac{1}{2}$  Stunden.  
Dauer der Wuchsstoffwirkung: 2 Stunden.  
Gewicht  $\frac{1}{4}$  g.

Serie	Anzahl der Pflanzen	Gesamte Durchbeugung bei Koleoptilen		Bleibender Teil der Durchbeugung bei Koleoptilen		Rückgängiger Teil der Durchbeugung bei Koleoptilen	
		Mit Wuchsstoff	Ohne Wuchsstoff	Mit Wuchsstoff	Ohne Wuchsstoff	Mit Wuchsstoff	Ohne Wuchsstoff
a.	8—9	$33.8 \pm 9.6$	$15.5 \pm 3.3$	$18.4 \pm 5.1$	$4.7 \pm 1.9$	$15.4 \pm 4.3$	$10.9 \pm 1.9$
b.	8—10	$23.3 \pm 4.9$	$9.4 \pm 2.4$	$11.9 \pm 3.1$	$1.1 \pm 1.3$	$11.3 \pm 2.9$	$8.3 \pm 2.3$
c.	6—10	$33.6 \pm 6.6$	$14.5 \pm 3.5$	$16.6 \pm 4.0$	$3.4 \pm 2.4$	$17.0 \pm 3.7$	$11.1 \pm 2.3$
d.	7—10	$18.1 \pm 3.6$	$8.3 \pm 1.7$	$11.1 \pm 3.0$	$0.8 \pm 1.0$	$7.0 \pm 2.9$	$7.5 \pm 1.8$
e.	9—10	$20.4 \pm 4.9$	$15.5 \pm 3.3$	$9.9 \pm 3.7$	$1.6 \pm 0.6$	$10.6 \pm 2.8$	$13.9 \pm 2.9$
f.	7—9	$20.1 \pm 3.0$	$6.5 \pm 1.7$	$12.3 \pm 3.1$	$0.6 \pm 0.9$	$7.9 \pm 1.3$	$6.0 \pm 0.8$
Durchschn.		<b>24.9</b>	<b>11.6</b>	<b>13.4</b>	<b>2.0</b>	<b>11.5</b>	<b>9.6</b>
Durchschn. Differenz		<b>13.3</b>		<b>11.4</b>		<b>1.9</b>	

In f. betrug die Dauer der Wuchsstoffwirkung nicht 2 sondern 3 Stunden.

<sup>1)</sup> Nach einer im Botanischen Institut Utrecht üblichen, noch zu veröffentlichen Methode.

ohne Wuchsstoff bei dieser Belastung von  $\frac{1}{4}$  Gramm annähernd gleich ist, besteht eine grössere Differenz im bleibenden Teil der Durchbeugung, übereinstimmend mit den früheren Versuchen.

Um die Wirkung der lebenden Zelle (besonders der dabei auftretenden Fixierung) zu hemmen wurden dieselben Versuche in einem Eisschrank bei  $4^{\circ}\text{C}$  ausgeführt. Die Wuchsstoffeinwirkung fand bei  $21^{\circ}\text{C}$  statt, nur die Biegung geschah bei niedriger Temperatur. Damit keine Biegung stattfand während die Temperatur der Koleoptile noch über  $4^{\circ}\text{C}$  war, wurden die Reiterchen erst aufgesetzt nachdem die Koleoptilen eine halbe Stunde im Eisschrank verweilt hatten. In Tabelle II sind die Ergebnisse zusammengestellt. Man achte darauf, dass in dieser Tabelle, sowie auch in Tabelle III, das Gewicht der Reiterchen  $\frac{1}{2}$  Gramm beträgt.

Wie man aus obiger Tabelle ersieht, sind die Werte der Gesamtdurch-

T A B E L L E II.  
Gewicht:  $\frac{1}{2}$  g. Temperatur  $4^{\circ}\text{C}$ .

Anzahl der Pflanzen	Dauer der Beugung	Gesamte Durchbeugung bei Koleoptilen		Bleibender Teil der Durchbeugung bei Koleoptilen		Rückgängiger Teil der Durchbeugung bei Koleoptilen	
		Mit Wuchsstoff	Ohne Wuchsstoff	Mit Wuchsstoff	Ohne Wuchsstoff	Mit Wuchsstoff	Ohne Wuchsstoff
9—9	1½ St.	16.4 ± 4.4	9.8 ± 3.8	7.0 ± 2.0	3.8 ± 2.4	9.4 ± 3.7	6.0 ± 1.7
9—9	1½ St.	18.2 ± 4.0	7.0 ± 2.8	6.4 ± 2.9	1.1 ± 1.8	11.8 ± 3.0	5.8 ± 1.3
9—10	1½ St.	22.7 ± 4.4	12.8 ± 4.8	9.4 ± 2.4	3.8 ± 2.8	13.2 ± 2.7	7.4 ± 2.9
Durchschnitt		<b>19.2</b>	<b>9.9</b>	<b>7.6</b>	<b>2.9</b>	<b>11.5</b>	<b>7.0</b>
10—9	3 St.	19.0 ± 4.2	7.4 ± 2.4	8.7 ± 2.3	1.7 ± 2.4	10.3 ± 2.9	5.6 ± 1.2
10—10	3 St.	24.6 ± 6.2	7.2 ± 2.0	10.0 ± 3.8	1.4 ± 1.6	14.6 ± 2.2	5.8 ± 1.6
10—10	3 St.	25.2 ± 4.4	8.0 ± 2.2	12.7 ± 3.2	1.6 ± 2.0	12.6 ± 2.1	6.4 ± 1.6
Durchschnitt		<b>23.0</b>	<b>7.5</b>	<b>10.5</b>	<b>1.5</b>	<b>12.5</b>	<b>6.0</b>

beugungen kleiner als bei  $21^{\circ}\text{C}$ , in Tabelle III. Die Unterschiede im bleibenden Teil der Biegung zwischen Koleoptilen mit und ohne Wuchsstoff bestehen auch bei  $4^{\circ}\text{C}$ . Der bleibende Teil der Biegung ist bei den Wuchsstoffpflanzen bei  $4^{\circ}\text{C}$  geringer als bei  $21^{\circ}\text{C}$ . Mit der Zeit steigt, auch bei niedriger Temperatur, diese Wert an. Diese Tatsache ist ganz in Übereinstimmung mit den Befunden PRINGSHEIMS<sup>1)</sup>). Nach diesem Verfasser findet Überdehnung bei einer höheren Temperatur viel schneller statt als

<sup>1)</sup> E. G. PRINGSHEIM. Untersuchungen über Turgordehnung und Membranbeschaffenheit. Jahrb. f. wiss. Bot. 74, 4 und 5, 1931.

bei einer niederen. (Versuche an Hypocotylen von Lupinus.) Der bleibende Teil der Biegung bei Pflanzen ohne Wuchsstoff ist bei  $4^{\circ}\text{C}$  viel geringer als bei  $21^{\circ}\text{C}$  (1 und  $1\frac{1}{2}$  St. Biegszeit). Ohne Wuchsstoff ist der plastische Teil der Biegung fast gleich Null.

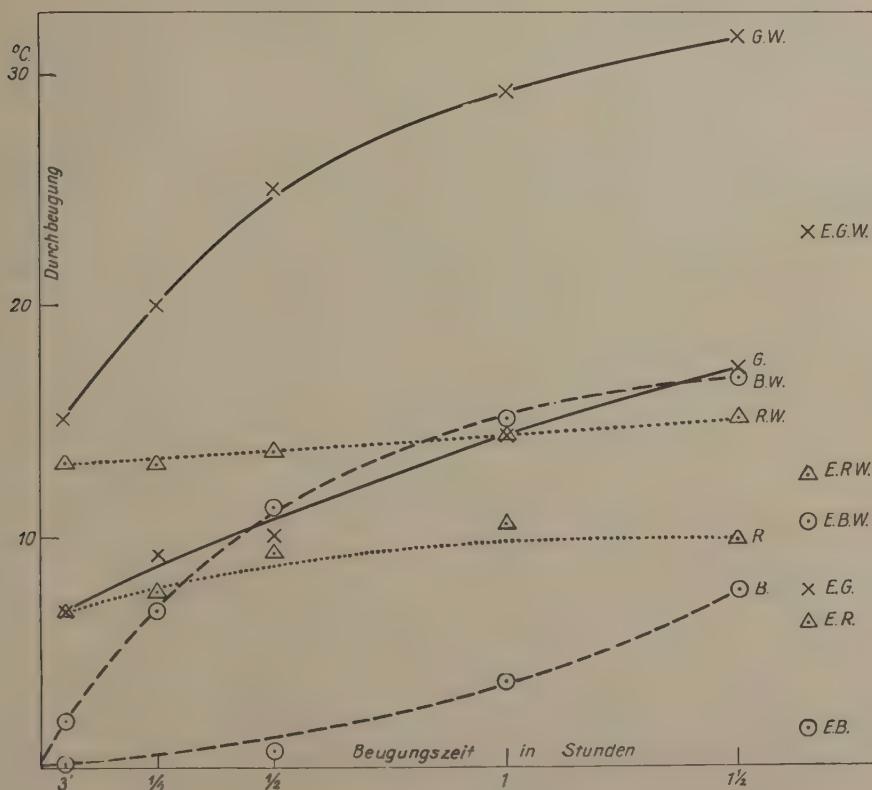
Der elastische Teil der Biegung ist bei  $4^{\circ}\text{C}$  nur ein wenig kleiner als bei  $21^{\circ}\text{C}$  (1 und  $1\frac{1}{2}$  St. Biegszeit) und auch bei längerer Zeit ist keine nennenswerte Änderung wahrnehmbar. *Mit Wuchsstoff sind die Werte des rückgangigen Teils der Biegung bei dieser Belastung von  $\frac{1}{2}$  Gramm bei  $0^{\circ}$  ebenso wie bei  $21^{\circ}$  erheblich höher als bei Pflanzen ohne Wuchsstoff.* Diese Differenz tritt bei niederer Temperatur, bei grosser Biegszeit, noch deutlicher hervor als bei  $21^{\circ}\text{C}$  (Tabelle III).

Hierauf wurde sowohl der bleibende als auch der rückgängige Teil der Durchbeugung in Abhängigkeit von der Beugungsdauer untersucht. Das Gewicht der Reiterchen betrug jetzt  $\frac{1}{2}$  g.

In der folgenden Tabelle sind die Ergebnisse zusammengestellt.

In Abb. II sind die Werte aus Tabelle III graphisch dargestellt, wobei auf der Abszisse die Zeit der Durchbeugung (in Stunden) und auf der Ordinate die Durchbeugung angegeben sind.

Abb. II.



GW: Kurve der gesamten Durchbeugung von Pflanzen mit Wuchsstoff.  
 G : Idem ohne Wuchsstoff.  
 BW: Kurve des bleibenden Teils der Durchbeugung mit Wuchsstoff.  
 B : Idem ohne Wuchsstoff.  
 RW: Kurve des rückgängigen Teils der Beugung, mit Wuchsstoff.  
 R : Idem ohne Wuchsstoff.

TABELLE IIIa.

Gewicht:  $\frac{1}{2}$  g. Dauer der Wachsstoffwirkung 2 St.

Anzahl der Pflanzen	Dauer der Beugung	Gesamte Durchbeugung bei Koleoptilen		Bleibender Teil der Durchbeugung bei Koleoptilen		Rückgängiger Teil der Durchbeugung bei Koleoptilen	
		Mit Wuchsstoff	Ohne Wuchsstoff	Mit Wuchsstoff	Ohne Wuchsstoff	Mit Wuchsstoff	Ohne Wuchsstoff
10—10	1½ St.	30.8 ± 4.4	16.7 ± 5.0	14.4 ± 2.9	7.3 ± 2.8	16.9 ± 2.4	9.9 ± 2.8
10—9	1½ "	31.8 ± 3.6	18.0 ± 3.4	18.9 ± 3.1	8.0 ± 3.1	13.1 ± 3.3	9.9 ± 1.0
9—9	1 "	24.6 ± 2.2	13.2 ± 3.4	12.9 ± 2.0	3.2 ± 3.0	11.7 ± 1.7	10.0 ± 1.6
9—9	1 "	30.8 ± 4.9	12.4 ± 2.7	17.4 ± 5.4	2.1 ± 2.3	14.4 ± 2.6	10.3 ± 2.1
10—10	1 "	34.4 ± 6.1	13.7 ± 4.4	17.1 ± 5.2	3.5 ± 2.9	17.2 ± 2.2	10.1 ± 2.6
10—10	1 "	26.6 ± 5.8	17.1 ± 4.7	12.8 ± 4.1	5.4 ± 3.0	13.1 ± 2.3	11.7 ± 2.5
9—10	½ "	23.8 ± 2.7	10.0 ± 2.6	10.1 ± 2.1	0.6 ± 0.9	13.7 ± 3.0	9.4 ± 2.9
	½ "	26.6 ± 5.0		12.6 ± 4.0		14.0 ± 1.2	
10—10	¼ "	20.4 ± 3.4	9.8 ± 5.0	7.4 ± 3.7	1.0 ± 0.9	13.8 ± 1.4	8.8 ± 3.6
9—9	¼ "	18.3 ± 2.9	7.1 ± 1.8	3.7 ± 3.1	1.1 ± 1.5	14.4 ± 1.0	6.0 ± 1.0
9—9	¼ "	20.6 ± 3.0	8.1 ± 3.0	4.6 ± 3.8	0.9 ± 1.0	16.0 ± 2.7	7.2 ± 2.9
9—10	¼ "	20.8 ± 3.1	11.5 ± 2.9	10.2 ± 2.9	3.6 ± 2.6	10.6 ± 2.5	7.8 ± 1.8
10—10	¼ "	19.1 ± 3.1	10.9 ± 4.5	8.2 ± 2.8	1.6 ± 2.3	10.7 ± 0.7	8.2 ± 2.5
10—10	3 Min.	15.5 ± 3.0	6.6 ± 3.4	1.5 ± 1.4	0.4 ± 0.6	14.2 ± 2.9	6.2 ± 3.0
10—10	3 "	13.5 ± 4.2	6.9 ± 2.7	2.2 ± 2.2	0.0 ± 0.0	10.8 ± 3.2	6.9 ± 2.7
10—10	3 "	17.0 ± 3.6	7.1 ± 1.7	2.7 ± 3.4	0.0 ± 0.0	14.3 ± 1.9	7.1 ± 1.7

TABELLE IIIb.

Durchschnittswerte in den verschiedenen  
Beugungszeiten.

Für 1½ St.	31.6	17.4	16.6	7.6	15.0	9.9
" 1 "	29.1	14.2	15.0	3.7	14.1	10.5
" ½ "	25.0	10.0	11.3	0.6	13.7	9.4
" ¼ "	19.9	9.2	6.8	1.6	13.1	7.6
" 3 Min.	15.2	6.8	2.1	0.1	13.1	6.7

Hieraus ersieht man, dass der elastische Teil der Durchbeugung sofort seine maximale Grösse erreicht. Diese elastische Durchbeugung liefert sofort einen Massstab für die *elastische Dehnbarkeit*. Diese ist also, wie die Figur zeigt, bei den Koleoptilen welche Wuchsstoffwirkung erfahren haben, grösser als bei denen, die einer solchen Einwirkung nicht ausgesetzt wurden. Der Grad der plastischen Beugung (= *plastische Dehnung*) steigt fortwährend an, anfangs sehr schnell, später weniger schnell. Der Elevationswinkel der Kurve liefert hier ein Mass für die Plastizität. Diese ist im Anfang am grössten. Nach  $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{4}$  Stunde sind die Unterschiede in der elastischen Durchbeugung zwischen Koleoptilen, die Wuchsstoffwirkung erfahren, und solchen ohne Wuchsstoffwirkung gleich um bald erheblich grösser zu werden.

Zum Vergleich sind, an der rechten Seite der Abbildung, einige Werte bei  $4^{\circ}$  C und mit 3 Stunden Beugungszeit (Tabelle II) angegeben mit E und dahinter GW, G, usw. Man sieht hieraus, dass das starke Ansteigen der B-Linie bei niederer Temperatur nicht stattfindet. Dieses Ansteigen der B-Linie wird wahrscheinlich nicht verursacht durch eine Regeneration des Wuchsstoffproduktionsvermögens, da die Erscheinung auch stattfindet nachdem man zum dritten Mal (augenblicklich bevor dem Aufbringen der Koleoptilen auf den Biegungsapparat) dekapitiert hat.

*Aus diesen Versuchen ist zu schliessen, dass es sehr wahrscheinlich ist, dass nebst die von Wuchsstoff hervorgerufenen Plastizitätsänderung eine geringe 1) Änderung in der elastischen Dehnbarkeit auftritt.*

Jedoch kann hieraus keineswegs abgeleitet werden, dass diese elastische Dehnbarkeit im Zellstreckungsmechanismus eine bestimmende Rolle spielt. Nach den Auffassungen des erstgenannten von uns wird vielmehr erst durch weitere Erhöhung der Plastizität auch weiteres Wachstum möglich, während Erhöhung der elastischen Dehnbarkeit dafür nicht bestimmt ist.

*Botanisches Laboratorium.*

*Utrecht, Oktober 1931.*

<sup>1)</sup> Man beachte vor allem, dass das Verhältnis der elastischen Durchbeugungen nicht mit dem Verhältnis der elastischen Dehnbarkeit übereinstimmt. Die Zellwände in turgescenten Geweben sind nämlich schon sehr stark elastisch gedehnt.

**Neurology.** — *Die Projektion der Brücke auf das Kleinhirn.* Von A. BIEMOND. (Mitteilung aus dem Hirnanatomischen Laboratorium der neurologischen Universitätsklinik, Wilhelmina-Gasthuis, Amsterdam.) (Communicated by Prof. B. BROUWER.)

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

Eines der schwierigsten Probleme aus der Lehre der Verbindungen des Kleinhirnes, bleibt noch immer die Projektion des Pons Varoli auf dieses Organ. Vielfach nimmt man noch an, dass die Ponskerne ausschliesslich auf die Kleinhirnhemisphären projiziert sind und dass Vermis und Flocculus (mit Paraflocculus) keine Ponsfasern aufnehmen. Diese Annahme stützt sich vor allem auf phylogenetischen Daten. Wenn man das alte EDINGER'sche Schema mit der Verteilung des Kleinhirnes in Palaeo- und Neocerebellum zu Recht bestehen lässt, so kommt man zwingend zu dem Schluss, dass der Pons, der bekanntlich eine Neoformation darstellt, nur mit den Seitenstücken des Kleinhirnes in Verbindung steht. Will man die obenangeführte These jedoch mit den in der Literatur gesammelten klinisch-anatomischen Befunden in Einklang bringen, dann stösst man wiederholt auf Widersprüche. KARPLUS und SPITZER (1907) fanden bei Affen mit experimentellen cerebralen und spinalen Ponsläsionen, deren sekundäre Degeneration sie mit der Marchi-methode verfolgten, dass degenerierte Fasern nicht nur in den Hemisphären sondern auch im Wurm enden. BESTA (1912) hat später diese Angaben bestätigt. Andere Autoren haben jedoch wiederholt betont, dass in den vorliegenden Untersuchungen Nebenläsionen nicht ausgeschlossen werden konnten. MASUDA, der 1914 im von MONAKOW'schen Laboratorium ein grosses pathologisches Material von menschlichen Gehirnen untersuchte, nimmt nur eine neocerebelläre Ponsverbindung an; er bestätigt weiter die schon von BOROWIECKI gefundene Tatsache (Experiment der einseitigen Durchschneidung des Brückenarmes) dass nur gekreuzte Verbindungen vorkommen; er macht weiter die Angabe, dass die Fasern aus den frontalen Abschnitten des Brückengraus vorwiegend mit den caudalen, jene aus caudalen pontinen Gebieten mehr mit frontalen Hemisphärenabschnitten verbunden sind. Er kommt schliesslich zu einem annäherenden topographischen Zusammenhang von bestimmten Zellgruppen der Brücke mit bestimmten Kleinhirnarealen. Durch diese Untersuchungen schien also das EDINGER'sche Schema vollkommen befestigt zu sein. Nun hat allerdings in letzter Zeit WINKLER (1926) betont, dass bei Vermisherden eine retrograde Degeneration in einem bestimmten Ponsabschnitt stattfindet. Er stützt diese Meinung auf Ergebnisse, die er an Tieren- und Menschenmaterial gewonnen hat. Vor allem soll der ventromediale Teil des

ventralen Kernes des Pons auf den Wurm projiziert sein. Diese Vermisverbindungen sind nach seiner Ansicht sowohl gekreuzt wie ungekreuzt, während die Ponsfasern zu den Hemisphären ausschliesslich gekreuzt verlaufen. Auf diese Weise lässt sich erklären, warum bei Hemiatrophia neocerebellaris, also bei einseitiger totaler Atrophie der Brückenzellen, der Wurm doppelseitig erhalten bleibt. Ein viel gebrauchter Argument der Anhänger einer reinen neocerebellären Ponsprojektion verliere dadurch ihren Wert. WINKLER beschreibt ausserdem einen Fall eines sehr kleinen Erweichungsherdes im distalen Gebiet des Pons mit sekundärem Ausfall von Purkinjezellen in verschiedenen Kleinhirnarealen, unter anderen auch im Vermis. Interessant ist, dass der ventromediale Kern des Pons ebenfalls, wie sich aus WINKLER's Beobachtungen ableiten lässt, ein älteres Gebiet darstellt.

Die oben erwähnte WINKLER'sche Angaben lassen sich dann noch mit der EDINGER'schen Einteilung in Palaeo- und Cerebellum in Einklang bringen, wenn man dieses Prinzip in der Richtung erweitert, wie es WINKLER mit seiner Lehre der Intussusception ausspricht. Eine kleine Anzahl von pontinen Neofasern könnte somit in einem Palaeoteil des Kleinhirnes ihr Ende nehmen.

Aus den oben angeführten wichtigsten Punkten aus der Litteratur, geht also hervor, dass auf diesem Gebiete noch wenig Übereinstimmung besteht. Es soll darum jetzt mit der Beschreibung eines eigenen Falles angefangen werden, der für die oben besprochenen Theorien von grossem Wert erscheint. Es wurde mir zur Untersuchung das Gehirn eines 50 jährigen Mannes überlassen<sup>1)</sup>, der vor ungefähr 1½ Jahren in einer der inneren Abteilungen des Wilhelmina-Krankenhaus an einer Lungenentzündung starb. Es wurde vom Obducent zufälligerweise ein kleiner Ponsherd gefunden. Weiter konnte man schon makroskopisch feststellen, dass im vorderen Teil des Kleinhirnes eine lokale Windungsatrophie eingetreten war. Von cerebellären Ausfallserscheinungen war anamnestisch nichts bekannt; eine Spezialuntersuchung war nicht vorgenommen. Von Insulterscheinungen hat der Mann ebenfalls nichts erwähnt. Das Grosshirn zeigte makroskopisch an der Oberfläche und auch an dem Durchschnitt keine Besonderheiten und wurde nicht weiter bearbeitet. Der Hirnstamm wurde an den Pes pedunculi abgetrennt und in Verbindung mit dem Kleinhirn, nach sagittaler Durchschneidung in einer doppelten Schnittserie gelegt, die nach der WEIGERT—PAL—VAN GIESON'schen Methode gefärbt wurde. Bei der mikroskopischen Untersuchung ergab sich nun das folgende: die gefundene Veränderungen beschränkten sich auf den Pons, die Kleinhirnrinde und das Brachium pontis. Pes pedunculi, Olivensystem und Kleinhirnkerne waren vollkommen normal erhalten. In der Brücke wurde im distalen Drittel ein Erweichungsherd ge-

<sup>1)</sup> Dieses Gehirn wurde uns von Prof. Dr. E. DE VRIES (Zentral Institut für Hirnforschung) zugeschickt und zur Untersuchung überlassen.

funden (mit zarter Bindegewebskapsel) der vorwiegend links lag, doch über die Mittellinie nach der rechten Seite übergriff. Das Ausmass des Herdes war wie folgt: grösste Länge 7 m.M., grösste Breite links 3 m.M. rechts 2 m.M. (Abb. 1). Dieser Herd zerstörte ein Teil der Fibrae transversae des Stratum complexum und des Stratum superficiale und verschiedene Fibrae rectae et obliqui. Das Feld der degenerierten Fasern konnte links und rechts deutlich verfolgt werden: sie verliefen in schräger, proximo-lateraler Richtung (also in Übereinstimmung mit der allgemeinen Verlaufsrichtung der Brückenfasern und bedingt durch die Projektion der distalen Ponsteilen auf proximalen Kleinhirnteilen); durch den Brückenarm sah man deutlich den Übergang der degenerierten Fasern in das Kleinhirn (Abb. 1 und 2) und weiter in die Fibrae semicirculares externae, wo sie sich allmählich gegen die Kleinhirnwundungen erschöpften. Aus diesem Übergang von degenerierten Fasern ins Kleinhirnmark konnte die Schlussfolgerung gezogen werden, dass ein direkter Zusammenhang zwischen dem Ponsherd und der lokalen (schon makroskopisch festgestellten) Kleinhirnatrophie bestand. Die degenerierten Fasern waren an der rechten Seite deutlich in grösserer Zahl anwesend als links, während der Herd gerade links die grösste Ausdehnung zeigte; dieser Befund war also in Übereinstimmung mit der allgemein angenommenen hauptsächlich gekreuzten pontocerebellären Projektion.

Das Studium der Ponszellen ergab folgendes: wenn wir die Nomenklatur von MASUDA folgen (die übrigens auch WINKLER in seinem Handbuch gibt) und demnach zwischen einem retikulären, dorsalen, interpedunkulären, lateralen, ventromedialen und ventrolateralen Kern unterscheiden, dann können wir sagen, dass in unserem Fall durch den Erweichungsherd der distale Teil des ventromedialen Kernes beiderseits ganz zerstört war. Eine partielle Zellatrophie wurde im lateroventralen, interpedunkulären und (sehr wenig) im retikulären Kerne gesehen, immer nur in distalen und medialen Teile. Der Zellschwund war an der linken Seite stärker als an der rechten entsprechend der Grösse des Herdes. Auffallend war, dass die Zellatrophie eine relativ geringe war. Diese Tatsache wird zweifelsohne bedingt durch den schrägen, proximo-lateralen Verlauf der Fibrae transversae in diesem distalen Ponsdrittel; es wurden somit weit weniger Fasern zerstört und Ponszellen zu sekundärer Atrophie gebracht als bei einem mehr proximal lokalisierten Herd der Fall gewesen wäre.

Für das Studium der pontocerebellären Projektion bot unser Ponsherd also zwei wichtige Vorteile, erstens seine geringe Grösse und zweitens seine distale Lage. Das Ergebnis der Veränderungen im Kleinhirn zeigte nun, dass noch ein dritter Umstand und zwar die Ausdehnung des Herdes zu beiden Seiten der Mittellinie, hier von entscheidendem Wert war.

In beiden Kleinhirnhemisphären wurde eine deutliche Mikrogyrie der vorderen und medialen Teile des Lobus anterior vermis und des Lobus quadrangularis anterior festgestellt. In bestimmten Teilen, nämlich immer

A. BIEMOND: DIE PROJEKTION DER BRÜCKE AUF DAS KLEINHIRN.



Abb. 1. Grösste Ausdehnung des Ponsherdes links. Uebergang von degenerierten Ponsfasern in den Brückenarm.



Abb. 2. Uebergang in den Brückenarm von degenerierten Fasern an der rechten Seite.



A. BIEMOND: DIE PROJEKTION DER BRÜCKE AUF DAS KLEINHIRN.



Abb. 7. Normales BIELSCHOWSKY-Präparat der Kleinhirnrinde (zur Vergl. mit Abb. 6).



in den medialen Arealen bestand ein vollkommener Ausfall der Purkinjezellen, vor allem im vorderen Wurmanteil (Culmen) (Abb. 3).

Hier war auch die Zona granulosa aufgehellt. Eine partielle Atrophie von Purkinjezellen wurde im Lobus quadrangularis anterior zu beiden

Seiten, im rechten Lobus biventer und doppelseitig im Flocculus und Paraflocculus gefunden. Um über die Ausdehnung dieser Veränderungen genau orientiert zu sein, wurden die Schnitte in regelmässigen Abständen unter dem EDINGER'schen Apparat gezeichnet und auf diesen Bildern die pathologischen Veränderungen angegeben. Da es aus technischen Gründen unmöglich ist, die Serie der Zeichnungen zu reproduzieren, genügt wohl ein einziges dieser Bilder (Abb. 4), während auf einem Schema die sagittalen Verhältnisse dargestellt sind (Abb. 5). Es sei ausdrücklich betont, dass die gefundenen Veränderungen eine sehr systematische Verteilung darboten und in allen Schnitten wiederzufinden waren.



Abb. 4.

Schwarz: vollkommener Ausfall der Purkinjezellen.

Grau: partieller Ausfall der Purkinjezellen. von normalen und pathologischen sich in treffender Weise, dass in jenen Rindenteilen, wo ein Ausfall von Purkinjezellen stattgefunden hatte, alle Moosfasern verschwunden waren und die HELD'sche Parenchyminseln in der Körnerschicht als leere Feldchen hervortraten (Abb. 6). Die Kletterfasern waren jedoch, auch in den pathologisch veränderten Rindenteilen, erhalten. Dies stimmt gut überein mit der jetzt wohl von den meisten Autoren geteilten Ansicht, dass die pontinen Verbindungen als Moosfasern ihr Ende nehmen.

Aus dem oben kurz beschriebenen Fall geht wohl sehr deutlich hervor, dass der Wurm (und auch andere sog. „Palaeoteile“ des Kleinhirns) zweifelsohne in direkte Verbindung mit dem Pons tritt. Diese Wurmverbindung ist wahrscheinlich laut Literaturangaben (WINKLER) sowohl gekreuzt wie ungekreuzt, wobei vielleicht die ungekreuzte Verbindung überwiegt. In meinem Falle (grösste Ausdehnung des Herdes links) ist die

Atrophie im Vermis links stärker, die Atrophie in den Hemisphären teilen rechts mehr ausgesprochen.

Ich möchte nun das Projektionsschema von MASUDA in folgender Weise ändern und erweitern:

1. Distale und mediale Ponsgebiete treten in Verbindung mit proxima-

Ausfall der Purkinjezellen



Abb. 5.

len und medialen Kleinhirnteilen. Was die fernere Projektion der verschiedenen Ponskerne auf bestimmten Kleinhirnlobi anbelangt (siehe die Schemata von MASUDA und WINKLER) gestattet mein Fall keine weiteren Schlüsse.

2. Die Hemisphären empfangen nur gekreuzte Fasern.

3. Auch der Vermis tritt mit dem Pons in direkte Verbindung und namentlich mit dem medialen Anteil des ventromedialen Kernes; diese Vermisprojektion geschieht sowohl gekreuzt wie ungekreuzt und muss von anatomischem Standpunkt gesehen, gleichen Wert haben wie die pontocerebelläre Verbindung der Hemisphären. Letzteres konnte nur bewiesen werden durch Studium eines Ponsherdes von ganz bestimmter Ausdehnung (im distalen Ponsdrittel, ventromedial und doppelseitig), wodurch alle Purkinjezellen in einem bestimmten Wurmanteil verschwanden.

#### LITERATURANGABE :

1. BESTA. Über die cerebro-cerebellären Bahnen-Archiv f. Psych. u. Nervenkrankh., bd. 50, 1912.
2. S. BOROWIECKI. Untersuchungen über das Brückengrau, Arb. aus d. hirnanat. Institut, Zürich, 1911.
3. J. C. KARPLUS und A. SPITZER. Ueber experimentelle Läsionen an der Gehirnbasis, Obersteiner's Festschrift 1907.
4. N. MASUDA. Über das Brückengrau des Menschen, VON MONAKOW's Arbeiten IX. 1914.
5. C. WINKLER, Handboek der Neurologie, Deel III, 1926.

**Physics.** — *Optische Untersuchung des Zusammenstosses von Gasmolekülen mit einer festen Wand.* Von W. R. VAN WIJK. Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Universität Utrecht. (Communicated by Prof. L. S. ORNSTEIN.)

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

Bei seinen wohlbekannten Untersuchungen an verdünnten Gasen hat M. KNUDSEN gefunden, dass die Wärmeleitfähigkeit verdünnter Gasen im allgemeinen kleiner ist als der Fall sein würde, wenn die Gasmoleküle beim Zusammenstoss mit der Gefässwand die der Wandtemperatur entsprechende MAXWELLSche Geschwindigkeitsverteilung angenommen hätten<sup>1)</sup>. Fällt also ein Molekülstrom mit einer MAXWELLSchen Geschwindigkeitsverteilung von der Temperatur  $T_1$  ein auf eine Wand, deren Temperatur  $T_w$  beträgt, (es sei z.B.  $T_w > T_1$ ) dann verlassen die Moleküle die Wand mit einer mittleren Energie  $\epsilon$ , welche offenbar kleiner als  $\frac{3}{2} kT_w$  für einatomige — oder kleiner als  $\frac{1}{2}(3 + \beta) kT_w$  für polyatomige Moleküle ist. Hierbei bedeutet  $k$  die BOLTZMANNSCHE Konstante und  $\beta$  die Zahl der Freiheitsgraden für das Molekül, abgesehen von der translatorischen Bewegung. Obwohl nun, wie KNUDSEN auch bemerkt, die Geschwindigkeitsverteilung nach dem Stosse wahrscheinlich keine MAXWELLSche ist, so lässt sich doch immer eine Temperatur  $T_2 \equiv \frac{2\epsilon}{3k}$  oder  $T_2 = \frac{2\epsilon}{(3 + \beta)k}$  definieren, mit welcher die Wärmeleitfähigkeit formal zu beschreiben ist. Die Grösse  $a = \frac{T_2 - T_1}{T_w - T_1}$  heisst der Akkommodationskoeffizient für den betrachteten Wärmeaustausch. Er ist sowohl von der Natur des Gasmoleküls, wie auch von der Beschaffenheit der Wand abhängig und variiert außerdem noch mit der Temperatur  $T_w$  (und vielleicht  $T_1$ ). Seit den ersten Untersuchungen KNUDSENS haben mehrere Physiker sich theoretisch oder experimentell mit dem Wärmetransport in einem verdünnten Gas beschäftigt ohne jedoch zu einer befriedigenden Erklärung der Erscheinungen zu gelangen<sup>2)</sup>. Dabei wurde in den experimentellen Arbeiten immer der Gesamtwärmeübertrag d.h. der Akkommodations-

<sup>1)</sup> M. KNUDSEN, Ann. Phys. **34**, 593, 1911. Das Wort "verdünntes Gas" wird in dem zuerst von TER HEERDT klar ausgesprochenen Sinne gebraucht und bedeutet also ein Gas für den die mittlere freie Weglänge der Moleküle nicht klein verglichen bei den Apparaturdimensionen ist. TER HEERDT Dissertation, Utrecht 1923.

<sup>2)</sup> Für die Uebersicht und Diskussion der Arbeiten vor 1923 erschienen sehe die Dissertation von TER HEERDT. Von späteren Arbeiten mögen genannt werden: ROBERTS Proc. Roy. Soc. **129**, 146, 1930. VAN VOORHIS and COMPTON, Phys. Rev. **37**, 1596, 1931.

koeffizient  $a$  gemessen, welchem nach dem Obigen wahrscheinlich nur rein formale Bedeutung beizulegen ist.

Es ist deshalb wichtig den Stoss eines Gasmoleküls mit einer Wand eingehender zu untersuchen. Soweit man sich auf die Änderung der Rotationsenergie beschränkt, ist eine verfeinerte Untersuchung des Vorgangs auch möglich und zwar auf optischem Wege. Denn die Intensitäten der zu einer Bande gehörigen Linien des Molekülspektrums sind dem Produkt der Übergangswahrscheinlichkeit und der Häufigkeit der Anfangsrotationsniveaus proportional und somit ist aus dem Intensitätsverlauf in der Bande die relative Besetzung der Rotationsniveaus zu berechnen. Für die Banden des  $\overset{\dagger}{N}_2$  und  $N_2$  wurde, wenn das Gas in einer Hohlkathode auf bestimmter Temperatur elektrisch zum Leuchten gebracht wurde, eine BOLTZMANNSche Verteilung der Rotationszustände gefunden, deren Temperatur mit der des Gases übereinstimmte<sup>1)</sup>. Hieraus geht hervor, dass die Besetzung der Rotationszustände nicht durch die Elektronenanregung abgeändert wird.

Im Prinzip lässt sich also der Stossvorgang von Gasmolekül und Wand und zwar für jeden Rotationszustand gesondert, derartigerweise untersuchen, dass ein verdünntes Gas zwischen zwei Wänden ungleicher Temperatur auf elektrischem Wege zum Leuchten gebracht wird und das ausgesandte Bandenspektrum beobachtet wird. Dann ist noch zu bedenken, dass die emittierenden Moleküle teilweise auf die Wand zu und teilweise von dieser weg laufen und deshalb das photographierte Spektrum eine Überlagerung der von den Molekülen vor und resp. nach dem Stoss ausgesandten Spektren darstellt. Aus der Bedingung der Stationarität des Zustandes lassen sich aber die molekularen Dichten in den beiden Strömen, denen die Gasammtintensitäten proportional sind, berechnen. Denn wenn  $N_1, v_1$ , die Dichte resp. die mittlere Geschwindigkeit der Gasmoleküle vor dem Stoss bedeuten und  $N_2, v_2$  dieselben Größen nach dem Stoss, so fordert die Stationaritätsbedingungen  $N_1 v_1 = N_2 v_2$  für ebene Wände. Falls die Moleküle vollständig an der Wand akkommodieren ( $a=1$ ), so ist  $v_2$  aus der Wandtemperatur  $T_w$  zu berechnen und mithin  $N_1/N_2 = v_2/v_1$  zu finden, angenommen dass  $v_1$  bekannt sei. Wenn aber  $a < 1$ , so ist eine Zusatzhypothese zur Berechnung von  $v_2$  notwendig, wie etwa die Annahme einer gleich starken Akkommodation für die translatorische wie für die rotatorische Energie; doch sind auch dann noch strenge bestimmte Grenzen für das Verhältnis  $N_1/N_2$  anzugeben.

Um aus dem photographierten Spektrum durch Subtraktion von jeder Linie der von der Molekülgruppe 1 ausgesandten Intensitäten das Spektrum der Gruppe 2 finden zu können muss außer dem Verhältnis  $N_1/N_2$  noch die Verteilung der Moleküle 1 über die verschiedenen Rotationszustände bekannt sein. Dafür kann auf einfacher Weise Sorge getragen

<sup>1)</sup> ORNSTEIN und VAN WIJK, Zt. f. Ph. **49**, 315, 1928. VAN WIJK, Zt. f. Ph. **59**, 313, 1930.

werden, indem die andere der beiden Wände rauh gemacht wird, wodurch für diese der Akkommodationskoeffizient  $a=1$  wird und die Gasmoleküle somit diese Wand mit einer Geschwindigkeits- und Rotationsverteilung, welche der Wandtemperatur entsprechen, verlassen.

Der Zweck dieser Veröffentlichung ist die vom Verfasser benutzte experimentelle Anordnung zu beschreiben und über die damit erhaltenen vorläufigen Resultate zu berichten. In Figur 1 ist schematisch das Entla-

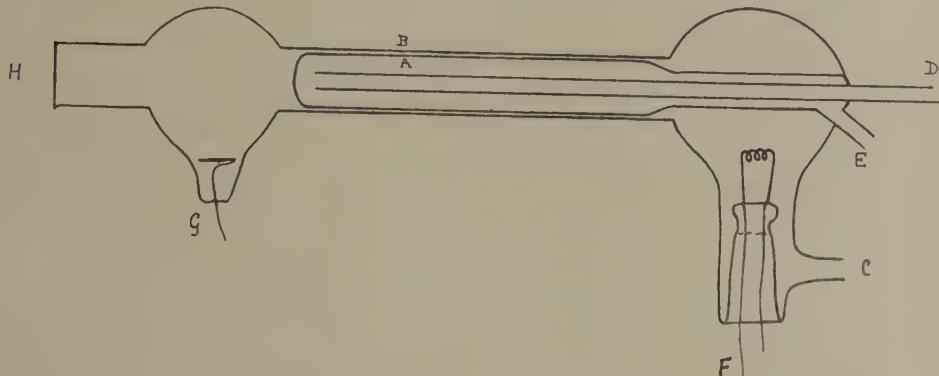


Fig. 1.

dungsrohr wiedergegeben, das aus Glas, später aus Quarz von 1 mm Wandstärke angefertigt worden war. Seine wesentlichen Bestandteile sind die beiden konzentrischen Zylinder  $A$  und  $B$  von welchen der innere  $A$  wassergekühlt wird und der äussere von einem elektrischen Ofen geheizt. (Der Ofen ist nicht in der Fig. gezeichnet worden.)

Die Wand von  $A$  ist rauh. Diese Rauheit wurde dadurch erreicht, dass Platin eingearbeitet und darauf electrolytisch Platinschwarz niedergeschlagen wurde. Nach kurzzeitiger Erhitzung auf Rotglut haftete das Platinschwarz so stark, dass erst nach längerem Betrieb des Rohres (8 Stunden ungefähr) eine Neubehandlung notwendig war. Die Innenwand des Zylinders  $B$  ist glatt; ihre Abstand zu  $A$  beträgt 1 mm, ihre Länge 20 cm. In der Figur bedeutet  $D$  die Einfluss-,  $E$  die Abflussstelle des Kühlwassers für  $A$ ;  $C$  ist die Zuleitung zur Pumpe,  $F$  die Glühkathode,  $G$  die Anode und  $H$  das Fenster, wodurch beobachtet wurde. Das Rohr wurde mit einem Induktorium auf etwa 20.000 V betrieben. Dabei war die Entladung so schwach gehalten, dass sich das Gas nicht erheblich erwärmt, was kontrolliert wurde an Aufnahmen bei abgestelltem Ofen, also bei gleicher (Zimmer) Temperatur von  $A$  und  $B$ . Tatsächlich war dann die Temperatur des Spektrums etwa 50° C. Weil der Temperaturunterschied zwischen  $A$  und  $B$  bei den Versuchen mehrere hundert Grad betrug, bedeutete die Erwärmung durch den elektrischen Strom nur eine geringe Störung. Die Temperatur der Außenwand von  $A$  war die des Kühlwassers, die von  $B$  wurde mit einem Platinwiderstandsthermometer gemessen. Aus

dem bekannten Wärmeleitungsvermögen des Quarzes und des verdünnten Gases sind die Temperaturen der Innenwände leicht zu berechnen. Bei dem grössten Temperaturunterschied ( $B$  auf  $440^\circ\text{ C}$ ,  $A$  auf  $25^\circ\text{ C}$ ) sind sie nur um etwa  $20^\circ$  resp.  $30^\circ\text{ C}$  von den Aussentemperaturen verschieden. Es wurde von einer, übrigens sehr schwierig auf einwandfreie Weise auszuführenden, speziellen Reinigung der Wand  $B$  abgesehen, weil es sich nicht um die Untersuchung der Quarzwand handelte, sondern nur um den Stossvorgang eines Gasmoleküls mit irgend einer Wand.

Als Spektrograph wurde ein kleines Gitter von 1.80 m. Krümmungsradius verwendet, welches in 2ter Ordnung eine Dispersion von  $9\text{ \AA/mm}$  bei  $4200\text{ \AA}$  hat und auf dessen Spalt der Zylindermantel  $A-B$  scharf abgebildet wurde. Die Intensitätsmarken wurden in der üblichen Weise aufgebracht und die Platten photometriert und ausgemessen.

Für die Untersuchung würde sich am besten der Wasserstoff eignen, weil dessen Akkommodationskoeffizient am stärksten von der Einheit abweicht<sup>1)</sup><sup>2)</sup>. Doch stösst die Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten im Molekülspektrum wegen der sehr starken Elektronenentkopplung auf grosse Schwierigkeiten. Deshalb wurde mit Stickstoff gearbeitet, welcher einen Akkommodationskoeffizient  $a=0.8$  gegen Glas besitzt. Leider war es nicht möglich bei so niedrigem Druck zu arbeiten, dass die freie Weglänge der Gasmoleküle gross gegen 1 mm war, weil dann das Rohr in der Verengung zwischen  $A$  und  $B$  nicht mehr am intensivsten leuchtete, und somit die vom Anodenraum ausgesandte Strahlung nicht zu vernachlässigen war. Deshalb wurde bei einem Druck von  $2.10^{-2}\text{ mm}$  expo-niert, wobei der Zwischenraum  $A-B$  so überwiegend lichtstärker als die andere Rohrteile war, dass eine Korrektion für das Leuchten der letzteren nicht notwendig war<sup>3)</sup>. Ein Druck  $2.10^{-2}\text{ mm}$  bedeutet eine mittlere freie Weglänge 3.1 mm für das Stickstoffmolekül bei  $0^\circ\text{ C}$ , was also nicht viel grösser als der mittlere Abstand zwischen zwei Stössen mit den Gefäßwänden (2 mm) ist. Eine Variation des Druckes würde die Möglichkeit schaffen für den Einfluss der intermolekularen Stösse zu korrigieren und dieselbe gesondert zu untersuchen.

Über die Resultate möge jetzt vorläufig nur kurz berichtet werden.

Aus den Aufnahmen geht hervor, dass die von der Wand reflektierten Moleküle keine BOLTZMANNsche Verteilung der Rotationszustände besitzen und zwar sind die hohen Rotationen in zu grosser Anzahl anwesend. Dieses merkwürdige Resultat ist qualitativ unabhängig von dem Verhältnis  $N_1/N_2$  der molekularen Dichten in dem auf die Wand einfallenden und dem von dieser ablaufenden Strom, obwohl natürlich die relative Konzentra-

<sup>1)</sup> Für die Untersuchung kommt in erster Linie ein aus symmetrischen Moleküle bestehendes Gas in Betracht, weil das im Infraroten nicht absorbiert und die Energieänderung deshalb ganz durch Stöße stattfindet.

<sup>2)</sup> ROBERTS I. c. findet für  $\text{He}$  noch kleinere Werte von  $a$ .

<sup>3)</sup> Das konnte an der Aufnahme festgestellt werden weil der Spalt nur teilweise vom Bilde des Mantels  $A-B$  überdeckt war.

tionen der verschiedenen Rotationszustände in quantitativer Hinsicht von  $N_1/N_2$  abhängt.

Dieses Verhalten wurde an alle fünf in einer Photographie erhaltene Banden gefunden (wobei zwar für die drei Banden der positiven Gruppe nur die höheren Rotationslinien gemessen werden konnten, weil die niedrigen vom Kopfe überdeckt sind) <sup>1)</sup>.

Auch war bei den beiden angelegten Temperaturunterschieden (*B* auf 440° C, *A* 25° C und *B* auf 250° C, *A* auf 22° C) diese Bevorzugung der höheren Rotationen anwesend.

Es ist Verfasser eine angenehme Pflicht Herrn Professor ORNSTEIN für sein reges Interesse an dieser Arbeit und seine wertvolle Ratschläge aufs herzlichste zu danken.

---

<sup>1)</sup> Der photographierte Spektralbereich war 4400 — 3650 Å. Die Banden 4278, 3914, 3993, 3805 u. 3755 wurden ausgemessen.

**Chemistry. — Der Einfluss der Härtung auf die natürlichen Nebenbestandteile der Öle.** Von J. A. VAN DIJK, R. T. A. MEES und H. I. WATERMAN. (Communicated by Prof. J. BÖESEKEN.)

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

Wir glauben, dass bei den in der Technik üblichen Härtungsverfahren, auch wenn es sich um die Bereitung von Speiseölen handelt, unter derartigen Umständen gearbeitet wird, dass verschiedene Bestandteile der Öle in mehr oder weniger erheblichem Grade destruiert werden.

Es betrifft hier Öle, die nach der Härtung als Speisefett dienen müssen wie z.B. gehärtete Fette, die in der Margarine Verwertung finden.

Wir sind nicht die ersten, die dieses Problem in Angriff genommen haben. Verschiedene Untersucher behaupten, dass es ihnen gelungen sei, die Härtung und die derselben vorangehende Vorbehandlung der Rohstoffe derart auszuführen, dass für die Ernährung wichtige Bestandteile, wie Vitamine erhalten bleiben.

So berichtet S. S. ZILVA<sup>1)</sup>, dass in de Technik Härtungen unter Ausschluss von Sauerstoff ausgeführt wurden, sowohl durch die Benutzung entlufteter Öle als durch Verwendung sauerstofffreien Wasserstoffs. Derartig gehärteter Lebertran soll dann seinen Gehalt an Vitamin A behalten haben.

Ebenfalls findet man in anderen, im genannten Artikel erwähnten Veröffentlichungen angegeben, dass auch die antirachitischen Eigenschaften bei der Härtung erhalten bleiben können.

In anderen Veröffentlichungen werden die von ZILVA erzielten Resultate bezweifelt und wird die Ursache der Vitaminzerstörung bei der Härtung der Anwesenheit infolge spontaner Oxydation gebildeter Umwandlungsprodukte in dem zu hydrierenden Öl zugeschrieben<sup>2)</sup>.

In der betreffenden Patentschrift wird angegeben, dass Entfernung der durch spontane Oxydation gebildeten Umwandlungsprodukte aus dem Lebertran vor der Hydrierung mit sauerstofffreiem Wasserstoff und einem gebräuchlichen Hydrierungskatalysator zur Erzeugung eines hydrierten Produktes führte, das Vitamin A enthielt.

Das hydrierte, in dieser Weise nach zweistündigem Härtzen bei 155° C. aus Lebertran erhaltene Produkt hatte einen Schmelzpunkt von 25° C., besass keinerlei Trangeschmack und wurde mittels der von CARR und PRICE<sup>3)</sup> beschriebenen Farbreaktion auf Vitamin A untersucht.

<sup>1)</sup> The biochemical Journal XVIII, 881 (1924).

<sup>2)</sup> Niederl. Patent 20216.

<sup>3)</sup> Biochem. Journ. 20, 497 (1926).

H. E. DUBIN und C. FUNK<sup>1)</sup>, die die Härtung mittels der kolloidalen Metalle der Platingruppe ausführten und bei 55° C. während 36 Stunden arbeiteten, beschreiben Versuche mit Lebertran, bei denen sie ein bei 55° schmelzendes geruchloses Produkt erzielten, das seine antirachitische Wirkung behalten hatte.

Dieses Verfahren kommt wegen einiger Schwierigkeiten weniger für praktische Anwendung in Betracht.

Schliesslich sei noch auf ein englisches Patent von Lever Brothers Ltd.<sup>2)</sup> hingewiesen, die als Antioxydans wirkende Stoffe von Phenol-Charakter anwenden. Sie hydrieren bei Vorhandensein von z.B. 0,1 % Hydrochinon, wodurch sie der Oxydation von Bestandteilen des Öles vorbeugen wollen.

Aus vorstehenden Literaturangaben haben wir den Eindruck bekommen, dass es vielleicht wohl gelungen ist, unter besonderen Umständen die empfindlichen Bestandteile der Fette mehr oder weniger vor Zerstörung während der Härtung zu schützen, aber dass noch keine Rede von einer praktischen Ausführung sein kann, die als eine Lösung des Problems zu betrachten wäre.

Dass wir bezüglich dieser Meinung nicht allein stehen, erhellt aus einer kürzlich erschienenen Mitteilung von J. C. DRUMMOND und T. P. HILDITCH<sup>3)</sup>, in welcher es heisst: „Cod liver oil may be converted into a tasteless product by partial or complete hydrogenation, and preparations of this type have been offered in one form or another for human consumption.

The sensitivity of vitamin D to hydrogenation is not known with certainty, although it is believed to be destroyed. Vitamin A is readily destroyed by reduction with hydrogen, even when carried out at low temperatures.

*Hydrogenated cod liver oils are of no value as substitutes for medicinal cod liver oil."*

Bei Untersuchungen im Delfter Laboratorium für chemische Technologie, die im Laufe der letzten Jahre angestellt wurden, hatte sich gezeigt, dass die Härtung pflanzlicher und tierischer Öle, falls unter sehr hohem Druck gearbeitet wird, in technisch ausführbarer Weise bei Temperaturen von etwa 30°—60° ausgeführt werden kann<sup>4)</sup>. Diese Versuche wurden mit verschiedenen Ölarten verrichtet: Baumwollsamenöl, Sojaöl, Leinöl, Walfischtran. Es zeigte sich, dass die Eigenschaften der bei sehr hohem Druck (100—300 kg per qcm) und niedriger Temperatur erhaltenen Fette

<sup>1)</sup> Proceedings of the Society for Experimental Biology and Medicine XXI, 139 (1923—1924).

<sup>2)</sup> E. P. 208189.

<sup>3)</sup> The relative values of cod liver oils from various sources published by his Majesty's Stationery Office, London, December 1930, pag. 116.

<sup>4)</sup> Rec. trav. chim. Pays-Bas, 50, 279, 679, 793 (1931); Onzième Congrès de chimie industrielle, Paris, 29 Sept. 1931; Chemisch Weekblad 28, 319 (1931). Journ. Institution Petroleum technologiet 11, 36 (1925).

sich sehr von den in der technisch üblichen Weise durch Härtung erhaltenen Produkten unterschieden.

Die Bildung gesättigter Fettsäure trat viel mehr in den Vordergrund bei der Härtung unter sehr hohem Druck. Der Geruch und das Aussehen der Produkte waren ganz verschieden. Daher lag es nahe, zu ermitteln, ob auch in anderer Hinsicht Unterschiede bestanden. Unser Streben war namentlich darauf gerichtet, die natürlichen Eigenschaften der Rohstoffe wie Farbe, Aroma, Stoffwechsel- und Wachstumfördernde Eigenschaften, möglichst zu erhalten. Dies gelang uns bezüglich der Farbe schon gleich bei der Härtung von Palmöl. Wir benutzten ein orange-rot gefärbtes Produkt mit einer Jodzahl (WIJS) von 55, Rhodanjodzahl (KAUFMANN) 44–47,  $n_D^{50}$  1,4550,  $D^{50}/_4$  0,8945, Säurezahl 14,6; Verseifungszahl 196,5; unverseifbarer Prozentsatz 0,8; Prozentsatz gesättigter Fettsäure (BERTRAM) 42; Schmelzpunkt 32°.

Dieses Fett ergab in einer Lösung von 250 mg zu 100 ccm Benzol in einer  $\frac{1}{2}$ -Inch-Küvette, gemessen im Lovibond-Tintometer 9,0 gelb und 2,5 rot.

Bei einigen Versuchen wurde dasselbe Palmöl benutzt, nachdem dieses mit Lauge entsäuert worden war.

Die Konstanten waren hierbei übrigens wenig verändert. Die Säurezahl sank auf 0,1  $n_D^{50}$ , kam auf 1,4562 und  $D^{50}/_4$  0,8939.

Die Farbe des entsäuerten Öles war dem Augenschein nach unverändert.

Es werden nunmehr drei Härtungsversuche beschrieben werden und zwar Versuch HP<sub>2</sub>, eine bei 70° C. und einem Anfangsdruck von 120 kg per qcm ausgeführte Härtung mit nicht entsäuertem Öl, Jodzahl des Reaktionsproduktes 43,8; Versuch HP<sub>4</sub>, eine bei 55° C. und 150 kg (per qcm) Anfangsdruck mit entsäuertem Palmöl ausgeführte Härtung, Jodzahl des Reaktionsproduktes 35,1 und Versuch HP<sub>3</sub>, eine ebenfalls mit entsäuertem Palmöl bei 60° C. und einem Anfangsdruck von 150 kg per qcm vorgenommene Härtung.

Die angegebenen Härtungstemperaturen haben Bezug auf die während der Härtung erreichten Höchsttemperaturen. Das Produkt HP<sub>3</sub> war fast ganz gehärtet, hatte eine Jodzahl von 1,7, eine Rhodanjodzahl von 1, während die Farbe noch stark gelb war. Die Farbe von HP<sub>2</sub> und von HP<sub>4</sub> war stark orangefarben. Die in analoger Weise im LOVIBOND-Apparat ausgeführte Messung ergab für HP<sub>2</sub> 8,0 gelb, 2,2 rot; für HP<sub>4</sub> 8,0 gelb, 2,1 rot. HP<sub>3</sub> wurde nicht gemessen.

Herr Prof. Dr. L. K. WOLFF war so freundlich, auch einige Messungen auszuführen. Er fand für das Produkt HP<sub>2</sub>, dass es sich, verglichen mit dem Rohstoff (dem nicht entsäuerten Palmöl) nur 19 % in Farbe verringert hatte. Das Produkt HP<sub>3</sub> enthielt nahezu kein Karotin mehr.

Ferner fand er, dass das Karotin der bei hohem Druck gehärteten Fette spektroskopisch nicht verändert war.

Wir haben weiter verfolgt, in wieweit die Fette, welche die CARR und

PRICE'sche Reaktion ergeben, diese Reaktion bei der Härtung unter sehr hohem Druck und bei niedriger Temperatur behalten.

Bei der Ausführung dieser Reaktion auf Vitamin A wurde das gewöhnliche Reagens von CARR und PRICE benutzt, während die kolorimetrische Bestimmung nach der Vorschrift WOKES' und WILLIMOTT's vorgenommen wurde; Analyst 53, 515—524, 1927 (siehe auch J. C. DRUMMOND und T. P. HILDITCH, I.c. pag. 26). Die dort gegebene Vorschrift wurde, was die Form der Ausführung betrifft, etwas geändert. Es ward folgendermassen verfahren: 5 g des zu untersuchenden gehärteten oder nicht gehärteten Trans wurden in einem geeichten Maszkolben in trockenem Chloroform zu 50 ccm aufgelöst. Das Reagens war eine gesättigte Lösung von  $SbCl_3$  in trockenem Chloroform. — 0,40 ccm der Fettlösung liessen wir aus einer Bürette in eine  $\frac{1}{2}$ -Inch-Küvette des LOVIBOND-Apparates fliessen, worauf 4 ccm des Reagens zugesetzt wurden. In einigen Fällen, wobei die Farbe besonders schwach war, brachten wir in eine 1-Inch-Küvette 0,8 ccm der Fettlösung, worauf wir 8 ccm des Reagens zusetzten. 30 Sekunden nach dem Eingießen des Reagens wurde die Farbe gemessen. Es wurden immer 5 Beobachtungen ausgeführt zur Kontrolle der Richtigkeit der Bestimmung. Bei dieser Untersuchung benutzten wir noch nicht die modifizierte Methode, bei der mit  $SbCl_3$  in benzolischer Lösung gearbeitet wird, welche Änderung von einem von uns ausgearbeitet und an anderer Stelle beschrieben wurde.

Bei der Beurteilung der Härtungsversuche muss man bedenken, dass der Wasserstoff, mit welchem wir arbeiteten, einen kleinen Prozentsatz Sauerstoff enthielt. Die Reaktionsprodukte, die wir bei der Härtung von Walfischtran erhielten, waren für unseren Zweck weniger geeignet, weil dieser Rohstoff nur eine geringe CARR und PRICE-Reaktion zeigte (schwache Blaufärbung). Viel geeigneter waren die Versuche, die wir mit HandelsLebertran anstellten.

Es zeigte sich sofort, dass bei Härtung unter gewöhnlichem Druck in einem NORMANN-Becher (Temperatur bis 180° C.) das Reaktionsprodukt überhaupt keine Blaufärbung mit der CARR und PRICE-Reaktion aufwies. Dies wurde wenigstens erreicht, wenn die Härtung fortgesetzt wurde, bis ein bei Zimmertemperatur festes Fett erzielt war. So wurde auch eine Härtung nach NORMANN bei gewöhnlichem Druck ausgeführt, (Versuch NL3), wobei der gehärtete Lebertran noch teilweise flüssig war; Jodzahl 96,2. Die Jodzahl des Rohstoffes betrug 172. Die CARR und PRICE-Reaktion ergab mit diesem Produkt noch eine sehr schwache Blaufärbung, die bei weiterem Durchhärteten bis zur Jodzahl 78,5 (Versuch NL4) ganz verschwand.

Zusammenfassend sehen wir also, dass bei der Härtung von Lebertran die CARR und PRICE-Reaktion des unter gewöhnlichem Druck und bei etwa 180° gehärteten Reaktionsproduktes infolge der Härtung verloren geht.

Die Hochdruckhärtung ergibt ganz andere Resultate. Die erste Hochdruckhärtung HL1, bei der 150 g des Trans mit 5 g Nickelkatalysator in

einem Pendelautoklav<sup>1)</sup> mit einem Anfangsdruck von 152 kg per qcm Wasserstoff erhitzt wurde, dauerte etwa eine Stunde; die Höchsttemperatur, die bei dieser Härtung erreicht wurde, betrug 58° C. Die Jodzahl war auf 75,5 gesunken, während das Fett ganz fest geworden war.

Durch einige Versuche wurde geschätzt, dass die CARR und PRICE-Reaktion etwa zur Hälfte erhalten geblieben war. Es wäre möglich dass der Sauerstoffgehalt des Wasserstoffs von Einfluss auf den bei der Hochdruck-Härtung konstatierten Rückgang der CARR und PRICE-Reaktion gewesen wäre. Eines diesbezüglich definitiven Ausspruchs wollen wir uns einstweilen enthalten. Freilich zeigte sich, dass der Tran nicht so sehr empfindlich für Sauerstoff ist in Beziehung zu der Erhaltung der Reaktion. So wurden 180 g Tran mit 6 g Katalysator 1½ Stunden lang in derselben Weise geschüttelt, wie dies bei Versuch HL1 der Fall gewesen war. Der Unterschied gegenüber diesem Versuch bestand jedoch darin, dass der Autoklav nicht mit Wasserstoff aufgepresst, sondern bei diesem Verfahren in offener Verbindung mit der freien Luft gelassen wurde.

Die Temperatur wurde, um möglichst entsprechend Versuch HL1 zu verfahren, auf 55° gehalten.

Unter diesen Umständen wurde kein Rückgang in blauer Farbreaktion gemessen.

Wird der Lebertran auf viel höhere Temperatur erhitzt, dann verschwindet die blaue Farbreaktion.

Bei einem bestimmten Versuch wurde in einem evakuierten Rohr der Lebertran auf 230° C. erhitzt, ohne jeden Zusatz, 1½ Stunden lang; das Reaktionsprodukt ergab dann eine negative CARR und PRICE-Reaktion.

Andererseits bemerken wir, dass der Tran bei Erhitzung auf 180° C. in einem NORMANN-Becher unter Durchleiten von Wasserstoff bei gewöhnlichem Druck die Farbreaktion behält.

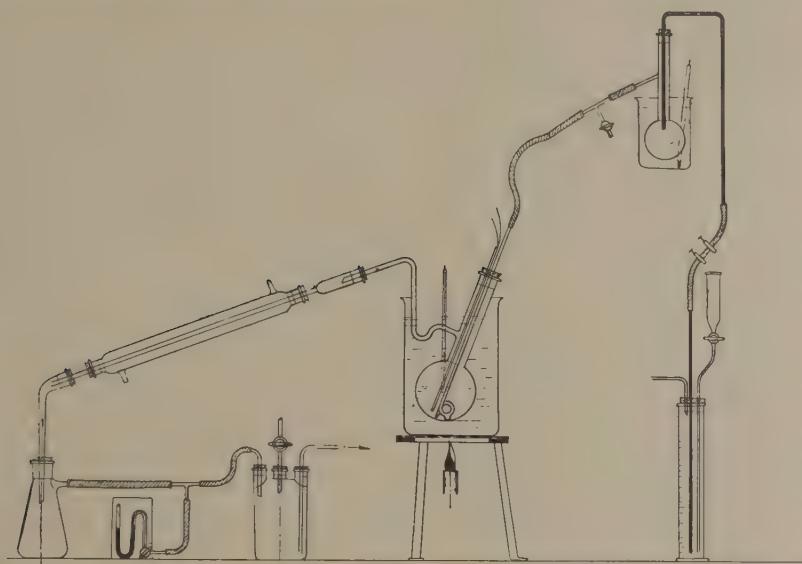
Aus unseren Versuchen hatte sich ergeben, dass die Bestandteile der Öle, welche die CARR und PRICE-Reaktion zeigen, bei der Härtung bei gewöhnlichem Druck nach der NORMANN'schen Methode bei etwa 180° völlig verschwinden, während bei der Härtung unter sehr hohem Druck und bei niedriger Temperatur diese farbenverleihenden Bestandteile in erheblichem Grade geschont werden können.

Wenn die Destruktion der Bestandteile, welche die CARR und PRICE-Reaktion bewirken, auf eine Oxydation zurückzuführen sein sollte, die dem Sauerstoffgehalt des verwendeten Wasserstoffs oder aber Sauerstoff übertragenden reaktiven Bestandteilen des Lebertrans (Peroxyden) zuzuschreiben wäre, dann wäre es wahrscheinlich, dass durch Hinzufügung eines kleinen Prozentsatzes Hydrochinon die betreffenden Stoffe mehr geschützt werden würden. Wir haben daher einen mit dem HL1-Versuch analogen zweiten Versuch angestellt, bei welchem dem Tran vorher 0,1 % Hydrochinon zugesetzt worden war. Es wurde jedoch auch hier ein gehär-

---

<sup>1)</sup> Siehe u. a. Dissertation von J. N. J. Perquin, Delft, 1929, S. 6.

tetes Fett von salbenartiger Konsistenz erhalten, dessen blaue Farbreaktion im Vergleich zu derjenigen der Rohstoffe weniger intensiv war. Wir möchten aus diesem Versuch nicht schliessen, dass der Destruktionsprozess der



färbenden Bestandteile nicht oxydative Art sein sollte. Wie gesagt, möchten wir auch nicht folgern, dass die Verminderung, bezw. das Verschwinden der Reaktion eine Folge des Hydrierungsprozesses als solcher, also eine Reduktionserscheinung ist.

Weiter wurde versucht, durch Desodorisieren des Lebertrans diesen von Verunreinigungen (Oxydationsprodukten) zu befreien, auf welche vielleicht die Destruktion zurückgeführt werden könnte.

Die Desodorisation wurde in Vakuum von  $2\frac{1}{2}$  cm Quecksilber und bei einer Temperatur von  $140-145^\circ$  C. ausgeführt. Der Tran wurde hierbei während 3 Stunden mit seinem eigenen Gewicht an Dampf behandelt.

Die Farbreaktion dieses Produktes war gleich derjenigen des nicht desodorisierten Öles. Die für die Desodorisierung benutzte Apparatur ist in der Abbildung angegeben. Das desodorisierte Öl wurde zu einer Jodzahl 57,3 gehärtet (Versuch HL6). Die CARR und PRICE-Reaktion dieses Fettes war nur noch schwach positiv. Das erstrebte Resultat war durch das Desodorisieren nicht erreicht. Die sehr beträchtliche Verminderung der CARR und PRICE-Reaktion bei HL6 war jedoch der weit durchgeföhrten Härtung zuzuschreiben. Dies erhellt aus Versuch HL9, wo mit Dampf behandelter Lebertran ebenfalls unter hohem Wasserstoffdruck zur Jodzahl 100,7 gehärtet wurde; das erzielte salbenartige Härtungsprodukt ergab eine kräftige blaue Farbe, die an Intensität etwa gleich 60 % derjenigen des Rohstoffes war.

Inzwischen hatte sich aus Versuchen, welche Prof. Dr. E. C. VAN LEERSUM bereitwilligerweise in seinem Laboratorium hatte ausführen lassen, gezeigt, dass der Gehalt an Vitamin A des von uns bei hohem Druck und niedriger Temperatur gehärteten Lebertrans abgenommen hatte.

Danach wurden einige Versuche mit zwei Vitamin A-Präparaten aus der Industrie angestellt. Das erste Präparat enthielt zugleich Vitamin D. Das zweite war uns speziell für diese Untersuchung von der N.V. Organon in Oss überwiesen worden. Es war eine Lösung in Petroleumäther. Das erstere Präparat wurde in Sesamöl mit einer Säurezahl von 1,8 gebracht. Vorher war nachgewiesen worden, dass Sesamöl keinen störenden Einfluss auf die blaue Farbreaktion von Tran ausübt. Die Lösung des A-Vitamins (-+ D-Vitamins) in Sesamöl ergab in einer 1" Küvette, gemessen im LOVIBOND-Apparat 9 blaue und 3 gelbe Einheiten.

Die Farbennuancierung des ersten Präparates war etwas anders als die des Lebertrans, der allein blau indizierte ohne gelbe Nebenfarbe. Bei der Hochdruckhärtung des vitaminisierten Sesamöls verschwand die blaue Farbreaktion des nicht völlig gehärteten Fettes nahezu ganz. Die Höchsttemperatur bei der Härtung betrug 58° C. Darauf wurde ein anderes Muster Sesamöl mit dem zweiten Vitamin A-Präparat vitaminisiert. Dieses vitaminisierte Produkt wurde vor der Härtung unter denselben Verhältnissen wie oben mit Dampf behandelt, wobei ein vollkommen geruch- und geschmackloses Produkt erzielt wurde.

Bei Untersuchung in einer 1" Küvette ergab dasselbe 9 blaue und 2 gelbe Einheiten. Nach der Hochdruckhärtung bei maximal 60° C. und einem Anfangsdruck von 135 kg per qcm wurde ein salbenartiges Produkt erhalten, das nur noch eine schwach positive CARR und PRICE-Reaktion zeigte.

Dieser Versuch wurde noch einmal wiederholt bei einem etwas höheren Wasserstoffdruck (140 kg per qcm) Anfangsdruck und einer Höchsttemperatur von 52° C.

Das Ergebnis war auch nun ungünstig. Es wäre möglich, dass im Tran Vitamin A-schützende Stoffe vorhanden sind. Daher wurde Tran extra bereichert durch Hinzufügung des zweiten Präparates, wonach der extra vitaminisierte Tran bei 145° C. desodorisiert wurde. Bei dem Versuch HL10 wurde dieses Produkt unter hohem Druck (Anfangsdruck 134 kg per qcm) und einer Höchsttemperatur von 57° C. gemessen: Das erhaltene Reaktionsprodukt war salbenartig von Konsistenz und hatte eine Jodzahl von 100,7. Während das Produkt vor der Härtung in einer ½" Küvette 8 Einheiten Blau ergab, war diese Zahl nach der Härtung auf 3,9 heruntergegangen. Der ursprüngliche Tran hatte vor dem Vitaminieren 6,4 und desodorisiert 6,0 Einheiten Blau, in einer ½" Küvette gemessen.

In Zusammenhang mit Versuch HL9 können wir also schliessen, dass bei Versuch HL10 von der Farbreaktion des extra zugesetzten Vitamins-A fast nichts übrig geblieben ist.

Zur Bestätigung wurde noch ein Versuch mit extra vitaminiertem und darauf mit Dampf behandeltem Lebertran ausgeführt, einem Produkt, das

9,5 Einheiten Blau in  $\frac{1}{2}$ " Küvette zeigte. Mit diesem Produkt wurde Hochdruck-Härtung HL11 ausgeführt, mit einem Anfangsdruck von 148 kg per qcm und einer Höchsttemperatur von 55° C. Die Dauer dieser Härtung betrug 1 Stunde und 40 Minuten; diejenige von HL10 hatte 1 Stunde 25 Min. gedauert. Die Jodzahl des Reaktionsproduktes war 102,9. Die blaue Farbreaktion war auch hier auf 4,5 Einheiten Blau, in einer  $\frac{1}{2}$ " Küvette gemessen, gesunken.

Eine Uebersicht über die Versuche findet man in nachstehender Tabelle.

**Härtung von Dampflebertran bei hohem Druck und niedriger Temperatur (H L)  
und bei gewöhnlichem Druck und 180° (N L).**

	No.	Jodzahl WIJS	Rhodan Jodzahl KAUFMANN	Farbreaktion CARR und PRICE
Dampflebertran.	--	172,0	102	6,4 Einh. Blau in $\frac{1}{2}$ " Küvette (12,5 Einh. Blau in 1" Küvette).
"	H.L. 1	75,5	68	Geschätzt Farbreaktion vermindert bis zur Hälfte, verglichen mit dem Rohstoff.
Desodorisiert ...	H.L. 6	57,3	50	2 Einh. Blau in 1" Küvette (vor d. Härtung 12 Einh. Blau in 1" Küv.).
"	H.L. 7	108,3	77	4,3 Einh. Blau in $\frac{1}{2}$ " Küvette (vor d. Härtung 6 Einh. Blau in $\frac{1}{2}$ " Küv.).
"	H.L. 9	100,7	74	3,8 Einh. Blau in $\frac{1}{2}$ " Küvette (vor d. Härtung 6 Einh. Blau in $\frac{1}{2}$ " Küv.).
Desodorisiert nach Vitaminie- rung .....	H.L. 10	100,7		3,9 Einh. Blau in $\frac{1}{2}$ " Küvette (vor d. Härtung 8 Einh. Blau in $\frac{1}{2}$ " Küv.).
"	H.L. 11	102,9		4,5 Einh. Blau in $\frac{1}{2}$ " Küvette (vor d. Härtung 9 Einh. Blau in $\frac{1}{2}$ " Küv.).
Dampflebertran.	N.L. 3	96,2	88	Sehr schwache Reaktion.
"	N.L. 4	78,5	73	Farbreaktion negativ.

Was die Anwesenheit von Vitamin D betrifft, war Herr Prof. Dr. E. C. VAN LEERSUM wieder so freundlich, die diesbezügliche Untersuchung vorzunehmen. Er fand, dass der Vitamin D-Gehalt des ursprünglichen Lebertrans und dasjenige des bei hohem Druck und niedriger Temperatur gehärteten Lebertrans nahezu gleich war. Durch unsere Untersuchung ist also der Nachweis erbracht, dass es möglich ist, Härtung von Lebertran unter solchen Umständen auszuführen (niedrige Temperatur, sehr hoher Druck), dass das Vitamin D praktisch vollkommen erhalten bleibt, wäh-

rend der Vitamin A-Gehalt abnimmt. Da wir zugleich feststellten, dass der auf diese Weise bereitete, bei hohem Druck gehärtete Lebertran ein fast keinen Trangeschmack besitzendes festes Fett ist, lässt sich erwarten, dass die Härtung bei sehr hohem Druck und niedriger Temperatur in die betreffende Industrie Eingang wird finden müssen. Man ist also imstande, allerlei Nahrungsstoffe wie Margarine, Schokolade usw. mit einem hohen Gehalt an Vitamin D zu bereiten und dies alles ohne nennenswerte Erhöhung des Herstellungspreises.

In diesen Untersuchungen haben wir uns hauptsächlich mit Lebertran beschäftigt; aber wir haben Anzeichen dafür, dass diese Untersuchung von allgemeiner Bedeutung sein dürfte für das Schonen bei der Härtung von Vitaminen und anderen in Ölen vorkommenden empfindlichen Bestandteilen.

Wir hoffen diese Untersuchungen in verschiedenen Richtungen fortzusetzen.

Schliesslich möchten wir an dieser Stelle noch den Herren Prof. Dr. E. C. VAN LEERSUM und Prof. Dr. L. K. WOLFF unseren herzlichen Dank für ihre geschätzte Mitarbeit aussprechen.

#### *Zusammenfassung.*

1. Aus der Literatur zeigt sich, dass die praktische Ausführung der Härtung von Lebertran mit Erhaltung von Vitaminen bisher noch nicht gelungen ist.

2. Die Härtung unter sehr hohem Druck und sehr niedriger Temperatur verschiedener pflanzlicher und tierischer Öle ergibt Produkte, die in ihren Eigenschaften sehr von den bis heute in der Technik durch Härtung erzielten Produkten abweichen.

3. Die Bildung gesättigter Fettsäure, die in den Glyzeriden anwesend ist, tritt viel mehr in den Vordergrund bei der Härtung unter sehr hohem Druck.

4. Der Geruch und das Aussehen der bei hohem Druck und niedriger Temperatur erhaltenen gehärteten Produkte sind ganz verschieden. Ein typisches Beispiel hiervon ist die Härtung von Palmöl unter Erhaltung der orangefarbenen Farbe.

Das Karotin bleibt bei Härtung bei hohem Druck und niedriger Temperatur grossenteils erhalten.

5. Bei hohem Druck und niedriger Temperatur gehärteter Lebertran zeigt noch eine deutliche CARR und PRICE-Reaktion, während analoge, nach den in der Technik üblichen Verfahren bereitete Produkte keine Reaktion mehr aufwiesen.

Die Bestandteile der Öle, welche die CARR und PRICE-Reaktion zeigen, verschwinden bei der Härtung bei gewöhnlichem Druck nach der Methode NORMANN bei etwa 180° C. vollkommen, während diese farbeverleihenden

Bestandteile bei der Härtung unter sehr hohem Druck und bei niedriger Temperatur in beträchtlichem Grade geschont bleiben können.

6. Der auf biologischem Wege bestimmte Vitamin A-Gehalt von bei hohem Druck und niedriger Temperatur gehärtetem Lebertran ist im Vergleich zu demjenigen des Rohstoffes verringert.

7. Der Gehalt an Vitamin D des bei hohem Druck und niedriger Temperatur gehärteten Lebertrans kann praktisch demjenigen des Rohstoffes gleich sein, wodurch die Möglichkeit eröffnet wird, auf industriellem Wege Lebertran in eine für Konsum weniger unangenehme Form zu bringen.

Auch könnte man ein solches Produkt in Margarine und andere Nahrungsstoffe verarbeiten.

*Delft, Laboratorium für chemische Technologie  
der Technischen Hochschule.*

Oktober 1931.

---

**Medicine.** — *Prophylactic use of plasmoquine in a dosage warranting reasonable safety for routine treatment.*<sup>1)</sup> By N. H. SWELLENGREBEL and A. DE BUCK. (Zoological Laboratory, Department of Tropical Hygiene, Royal Colonial Institute, Amsterdam.) (Communicated by Prof. W. A. SCHÜFFNER.)

(Communicated at the meeting of October 31, 1931.)

It would be of great practical importance in malariaprophylaxis to possess a drug which destroys the sporozoites on entering the human host. Quinine, undoubtedly, leaves the subject to be protected at a great disadvantage by failing to act until parasites have multiplied to fairly strong numbers.

Plasmoquine seems to open new vistas here by its specific action on sporozoites (JAMES, 1931), just as it has done by its specific action on gametocytes. JAMES, NICOL and SHUTE (1931) have demonstrated the possibility of preventing an outbreak of fever and the appearance of parasites in persons, subjected to numerous bites of heavily infected mosquitoes but protected by a daily dosage of 6 cg. of plasmoquine pure, administered at the end of the day preceding the infection, on the day the mosquitoes are allowed to bite and 5 days after. No such results were noted with prophylactic doses of quinine administered in the same way.

In their conclusion JAMES, NICOL and SHUTE point out that it will be necessary to ascertain what may be the smallest daily dose which will prevent malarial infection. This is, indeed, a question of much consequence to the practical sanitarian who is called upon to apply the result of these investigations in the field. For he is faced with the difficulty that 6 cg. of plasmoquine given daily is a dangerously high dosage.

KLIGLER and REITLER (1929) actually tried it out in the field in the shape of 6 cg. of plasmoquine combined with 0.75 gm. of quinine, for the purpose of malaria prophylaxis among Bedouins. They (KLIGLER and MER, 1930) had to admit that the experiment miscarried because this dosage was too toxic and the population refused to take it. They then reverted to a daily adult dosage of 3 cg. plasmoquine + 0.9 gm. of quinine without encountering any more difficulties.

Even with the object to cure malaria, a widespread tendency is noticeable to reduce the dose of plasmoquine in the compound mixtures. In India SINTON (1930) holds that the maximum daily dosage of the drug

---

<sup>1)</sup> The investigations on which this paper is based have been carried out with the support and under the auspices of the International Health Division of the Rockefeller Foundation.

to robust adults should not exceed 4 cg. He thinks it probable that even this dosage is excessive for routine treatment in view of the low margin of safety. He therefore suggests that the daily dosage should be reduced to at most 3 cg. combined with 2 gm. of quinine during the acute stage of the disease.

In the West-Indies MAC PHAIL (1929, 1930) found that plasmoquine cannot be utilized as an aid in field work in the dosage of 9—12 cg. recommended by the manufacturers and sponsors of the drug. He had to reduce this dosage, first to 6 cg. and later still to 3 cg. daily for 6 days, combined with 2 gm. of quinine. Only after arriving at this stage he felt satisfied that plasmoquine can be safely added to the stock of medicines entrusted to field dispensers.

In the face of statements like these, which agree with numerous others, no health-officer will be found prepared to carry out prophylaxis with a daily dosage of 6 cg. of plasmoquine. Probably he will hardly give more than half that amount. He will feel justified in recommending such small doses of plasmoquine because SINTON (1930) has found them effective to cure and to prevent relapses. Also because OTTOLENGHI and BROTZU (1929) showed that a daily dosage of plasmoquine as low as 2 cg., alone or combined with 0.25 gm. of quinine, prevented a clinical and parasitological outbreak of malaria in subjects taking this dose 2 days previous to being bitten by infected *Anopheles*, on the day of infection and on 7 subsequent days.

Taking for granted that this is a correct picture of the attitude practical sanitarians will adopt, our object in the experiments to be described here, was to find out whether plasmoquine pure in a dosage practically affording complete safety i.e. 3 cg. daily, will prevent the parasites to take a foothold in the human body, if it is administered by the time the sporozoites are injected. We have conformed our experiments to JAMES, NICOL and SHUTE's by continuing the prophylactic treatment for 6 full days, the day of infection being the first, commencing it moreover on the eve of that day. In one way our experiments did not comply with practical conditions. Our volunteers and control-cases received unnaturally high doses of sporozoites by allowing them to be bitten by at least 4 infected (and often heavily infected) mosquitoes. Assuming that the larger the quantity of sporozoites injected the more of the drug is needed to destroy them, this circumstance will not fail to influence the interpretation of our results.

Our experiments were carried out with 16 volunteers, 6 G.P.I. patients serving as controls. They were infected with a strain of benign tertian parasites, we imported from Colonel JAMES' laboratory in Epsom and which originally came from Madagascar. We preferred this one to our home-strain of *Plasmodium vivax*, as its power to infect is more reliable and its period of incubation (a fortnight on an average, against 3 weeks in our home-strain) shorter.

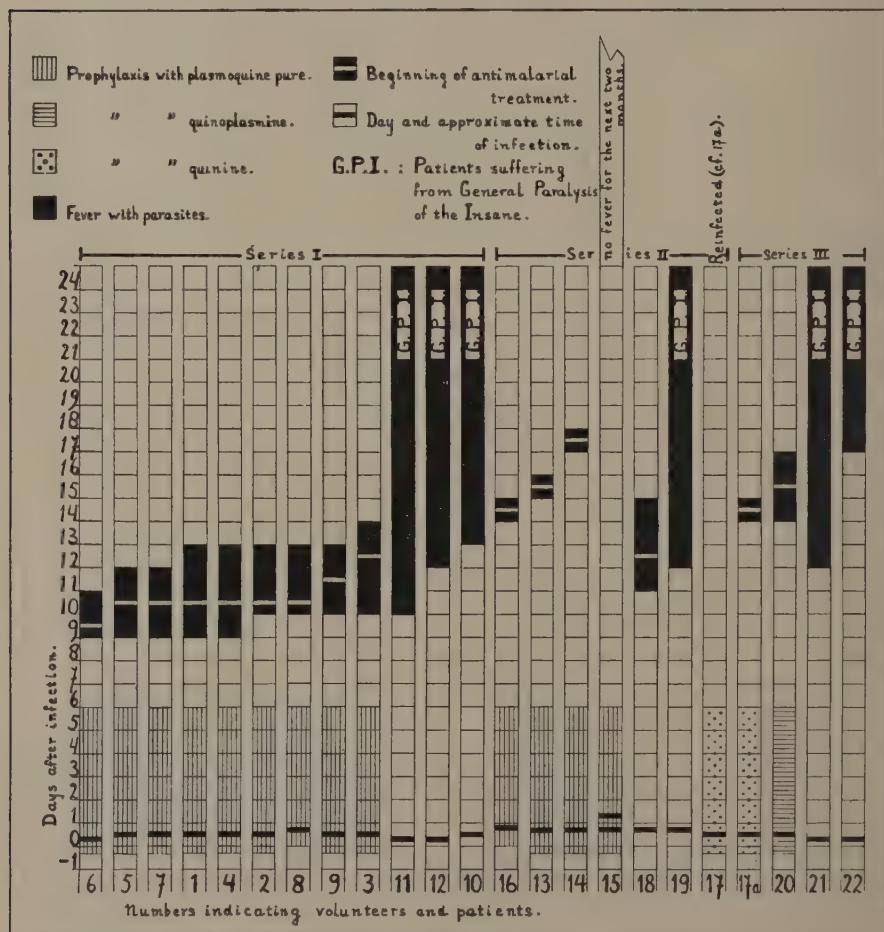
The vector we used was our common short-winged *A. maculipennis*.

We worked with 3 different batches viz. Nos 87, 88 and 91. The incidence of salivary infection and the quantity of sporozoites was in:

Batch 87: 36 mosquitoes, 34 infections (94 %), 14 heavy, 20 moderate, 0 light

88:45	"	38	"	(84 %)	0	"	25	"	13	"
"	91:35	"	31	"	(88 %)	7	"	21	"	3

None of the control-cases showed a previous history of malaria. Some of our volunteers did. The difference between the two groups was well marked. Those who never had malaria before all showed KORTEWEG's (1924) "initial fever", i.e. a remittent fever of 3-4 days' duration,



usually with very few parasites. Quinine combined with plasmoquine (1 gm. + 3 cg. a day) was given as soon as fever appeared and parasites had been detected. It was without effect in shortening the initial remittent fever. Only at the time it became frankly intermittent in the control-cases

Nº.	INFECTING MOSQUITOES.		INFECTED SUBJECTS.			DETAILS OF PROPHYLAXIS.				EFFECT OF PROPHYLAXIS.			TYPE AND TREATMENT OF THE FEVER CAUSED BY THE BITE OF THE MOSQ.			
	Infected with mosquitoes of batch Nº.:	Bitten by how many mosquitoes?	Volunteer (Vl.) Volunteer and control (Vl.-c.). G.P.I. case, control(G.P.I.-c.)	Had malaria before? How many years ago?	Data of infection.	Which drug?	Daily dose. <sup>1)</sup>	Commenced on:	Stopped on:	Fever commenced on:	How many days after infection?	Parasites found on:	KORTEWEG's initial fever present?	How many days did it last?	On which day of the fever period treatment was initiated?	How many days the fever continued after the treatment had commenced? (incl. that day). <sup>2)</sup>
1	87	7	Vl.	no	4 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	3 Spt.	9 Spt.	13 Spt.	9	14 Spt.	yes	4	2 <sup>nd</sup>	3
2	87	5	Vl.	no	4 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	3 Spt.	9 Spt.	14 Spt.	10	14 Spt.	yes	3	1 <sup>st</sup>	3
3	87 and 88	2 of 87, 3 of 88	Vl.	no	4 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	3 Spt.	9 Spt.	14 Spt.	10	16 Spt.	yes	4	3 <sup>d</sup>	2
4	87	7	Vl.	no	5 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	4 Spt.	10 Spt.	14 Spt.	9	14 Spt.	yes	4	2 <sup>nd</sup>	3
5	87	5	Vl.	no	5 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	4 Spt.	10 Spt.	14 Spt.	9	14 Spt.	yes	3	2 <sup>nd</sup>	2
6	87	6	Vl.	no	7 Spt.	Plasmoquine	2 cg.	6 Spt.	12 Spt.	16 Spt.	9	16 Spt.	yes	2	1 <sup>st</sup>	2
7	87	5	Vl.	no	7 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	6 Spt.	12 Spt.	16 Spt.	9	17 Spt.	yes	3	2 <sup>nd</sup>	2
8	87	5	Vl.	no	7 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	7 Spt.	12 Spt.	17 Spt.	10	17 Spt.	yes	3	1 <sup>st</sup>	3
9	87	7	Vl.	no	9 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	8 Spt.	14 Spt.	19 Spt.	10	19 Spt.	yes	3	2 <sup>nd</sup>	2
10	87	5	G. P. I.-c.	no	2 Spt.	—	—	—	—	15 Spt.	13	14 Spt.	yes	4	—	—
11	87	8	G. P. I.-c.	no	12 Spt.	—	—	—	—	22 Spt.	10	23 Spt.	yes	3	—	—
12	87	3	G. P. I.-c.	no	22 Spt.	—	—	—	—	4 Oct.	12	5 Oct.	yes	5	—	—
13	88	8	Vl.	one year	4 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	3 Spt.	9 Spt.	19 Spt.	15	17 Spt.	no	—	—	—
14	88	6	Vl.	one year	4 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	3 Spt.	9 Spt.	21 Spt.	17	21 Spt.	no	—	—	—
15	88	12 <sup>3)</sup>	Vl.	no	4 & 5 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	3 Spt.	9 Spt.	no.....	fever .....	nor ....	parasites .....	till .....	November 13 <sup>th</sup> .	—
16	88	7	Vl.	two years	4 Spt.	Plasmoquine	3 cg.	4 Spt.	9 Spt.	18 Spt.	14	18 Spt.	no	—	—	—
17	88	6 <sup>4)</sup>	Vl.-c.	two years	4 Spt.	Quinine bihydrochl.	0.97 gm.	3 Spt.	9 Spt.	no.....	fever .....	nor ....	parasites .....	till ..	Spt. 28, ... then .....	reinfected .....
18	88	5	Vl.-c.	no	7 Spt.	—	—	—	—	18 Spt.	11	17 Spt.	yes	4	2 <sup>nd</sup>	3
19	88	9	G. P. I.-c.	no	10 Spt.	—	—	—	—	22 Spt.	12	21 Spt.	yes	4	—	—
20	87 and 91	1 of 87, 4 of 91	Vl.	no	25 Spt.	Quinoplasmine	{ 3 cg. Plasm. 0.9 gm. Quin.	24 Spt.	30 Spt.	9 Oct.	14	8 Oct.	yes	3	2 <sup>nd</sup>	2
17a	91	4	Vl.-c.	two years	28 Spt.	Quinine bihydrochl.	0.65 gm.	27 Spt.	3 Oct.	10 Oct.	12	12 Oct.	no	—	—	—

<sup>1)</sup> In 3 fractions (2 in Nº. 6) of 1 cg. of plasmoquine (with 0.3 gm. of quinine sulfate in Nº. 20) or 0.32 gm. of quinine bihydrochloride (in Nº. 17 and 17a). The first fraction administered on the evening of the day preceding infection, the second one on the day of infection at 8 a.m., 3 hours before the infected mosquitoes were allowed to bite; exc. Nº. 8, 13, 14, 16 (infected after 3<sup>d</sup> fraction) and Nº. 15 (reinfected next day).

<sup>2)</sup> Curative treatment: 1 gm. quinine sulfate + 3 cg. of plasmoquine daily for a fortnight.

<sup>3)</sup> Bitten by 4 mosquitoes on Sept. 4<sup>th</sup> (two dissected: one moderate and one slight salivary infection) and by 8 on Sept. 5<sup>th</sup> (five dissected: 3 moderate and one slight salivary infection).

<sup>4)</sup> One dissected: moderate salivary infection.



(who received no antimalarial treatment) it was stopped in the cases under treatment. In our volunteers who had had malaria one or more years ago the fever never was refractory to quinine, not even for one day.

The result of our experiments can be tabulated as follows: (see: annexed table, and graph on p. 1218).

In the first series 9 volunteers (Nos 1—9) and 3 control cases (Nos 10—12) were infected with batch N°. 87 (mosquitoes with 39 % of heavy salivary infections and 55 % of moderate ones). None of them had ever had malaria before. All volunteers had malaria, four had fever 10 days after infection, five 9 days after; the three controls 10, 12 and 13 days after. Consequently there is no evidence of any protective effect of the plasmoquine; the drug seems actually to have shortened the period of incubation. This is not surprising in view of the reported provocative effect of small doses of plasmoquine (FISCHER and WEISE, 1927).

In the second series 4 volunteers (Nos 13—16) and 2 control cases (Nos 18—19) were infected with batch N°. 88 (mosquitoes with no heavy salivary infections and 55 % of moderate ones). Three volunteers (Nos 13, 14 and 16, with a previous history of malaria) had fever 14, 15 and 17 days after infection, the two controls (no previous history of malaria) 11 and 12 days after. Here it would seem that plasmoquine exhibited some slight protective action by prolonging the period of incubation. The fourth volunteer (N°. 15, no previous history of malaria) was effectively protected; he showed neither clinical nor parasitological signs of infection for the next two months after the bite of no less than 12 mosquitoes. We will have to watch him till next summer in order to make sure he is not suffering from malaria with much protracted incubation. At any rate this case N°. 15 negatives the supposition, which may have occurred to some, that the slightly prolonged incubation in volunteers 13, 14 and 16 is due to the effect of plasmoquine on subjects enjoying a certain measure of immunity as a consequence of previous attacks of malaria.

But this supposition seems to apply to one control of this series (N°. 17). He received 0.97 gm. of quinine daily instead of 3 cg. of plasmoquine. In this case the period of incubation was prolonged for at least 24 days. Whether this dose of quinine actually prevented the fever we cannot tell, as this volunteer was subsequently reinfected by batch 91. This time he took 0.65 gm. of quinine daily, which did not protect him as he had malaria 12 days later (Case N°. 17a). The full curative dose had, consequently, afforded him at least a certain measure of protection. This is significant as the same dose of quinine (0.9 gm.), combined with 3 cg. of plasmoquine, did not protect case N°. 20. Case N°. 17 showed a previous history of malaria, case N°. 20 had never had malaria before. This suggests that quinine in curative doses has some prophylactic effect but only in persons who have had malaria before. Our experiments confirm previous observations that such persons do not suffer from an initial remittent fever. It was intermittent from the very first and never refractory

to quinine treatment, whereas the initial remittent fever in cases with no previous malaria history had to run its wonted 3—4 days course before quinine could stop it. It seems probable that the lack of protective action of a curative dose of quinine in a subject of the latter type and the inability of the drug in this dosage to cut short the initial remittent fever in such a subject are closely related phenomena.

In the third series 1 volunteer (Nº. 20) was infected with batch 91 (mosquitoes with 20 % of heavy salivary infections and 60 % of moderate ones). This is the only case where quinoplasmine was used as a prophylactic which afforded, however, no better protection than plasmoquine pure. This case has been discussed already in the preceding paragraph. Three controls were infected by this batch. One (Nº. 17a) has likewise been dealt with in the same paragraph; the others (not mentioned in the table) were G.P.I. cases who had malaria 12 and 17 days after infection.

As a conclusion we may state that our experiments need discourage no one expecting practical results in the field from malaria-prophylaxis with plasmoquine, continued for the whole time the subjects are exposed to infection and in a dosage small enough to warrant reasonable safety. But they show that such a dose of plasmoquine, pure or combined with quinine, administered in the way we have described, cannot be depended upon to prevent an outbreak of fever although it may do so. We repeat, however, what we wrote before viz. that our subjects were bitten by numerous, heavily infected mosquitoes. It is quite likely that the chances of success would have been far better in the field than in our laboratory.

#### REFERENCES.

FISCHER and WEISE (1927). Über Wirkungen u. Nebenwirkungen des Plasmochins bei der Behandlung der Malaria. *Deutsch. Mediz. Wochenschr.* LIII, No. 33 en 34, pp. 1380—1382 en 1421—1424.

JAMES, NICOL and SHUTE (1931). On the prevention of malaria with plasmoquine. *Lancet*, CCXXI, No. 5633, pp. 341—342.

JAMES (1931) Note without a title in: *Nature*, CXXVIII, No. 3228, p. 465.

KLIGLER and REITLER (1929). Prophylactic use of plasmochin in a Bedouin population. *Riv. d. Malariaol.*, VIII, No. 1, pp. 28—33.

KLIGLER and MER (1930). Therapeutic value of mixtures of plasmochin and quinine. *Riv. d. Malariaol.*, IX, No. 3, pp. 272—283.

KORTEWEG (1924). De aanvankskoorts der malaria tertiana. *Nederl. Tijdschr. v. Geneesk.* LXVIII, 1st Half, No. 15, pp. 1622—1638.

MACPHAIL (1929). Treatment of malaria. *United Fruit Co., Boston, Mass., Medic. Dept.* Eighteenth Ann. Rep. pp. 13—15.

MACPHAIL (1930). Plasmochin as an aid in malaria prevention in Guatemala. *United Fruit Co., Boston, Mass., Medic. Dept.* Nineteenth Ann. Rep. pp. 29—33.

OTTOLENGHI and BROTZU (1929). Effetti del trattamento con chinino o altri medicamenti nella prevenzione della malaria sperimentale. *Bollet. Soc. Ital. d. Biol. Speriment.*, IV., No. 2, 6. pp.

SINTON (1930). A suggested standard treatment of malaria. *Ind. Medic. Gaz.*, LXX, No. 11, pp. 603—620.